Eine vergleichende Untersuchung ausgewählter Depotoptimierungsmodelle

Inaugural-Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktors der Wirtschaftswissenschaft – Sozialwissenschaft – durch den Fachbereich Wirtschafts- und Sozialwissenschaften der Westfälischen Wilhelms-Universität Münster

Vorgelegt von Diplom-Ökonom Gerhard Schefzig
aus Greifenberg

Jahr 1976

1975

Eine vergleichende Untersuchung ausgewählter Depotoptimierungsmodelle

Inaugural-Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktors der Wirtschaftswissenschaft — Sozialwissenschaft — durch den Fachbereich Wirtschafts- und Sozialwissenschaften der Westfälischen Wilhelms-Universität Münster

Vorgelegt von Diplom-Ökonom Gerhard Schefzig
aus Greifenberg
Jahr 1976

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41547202_0004

Erster Berichterstatter:	Prof. Dr. Helmstädter
Zweiter Berichterstatter:	Prof. Dr. Mülhaupt
Dekan:	Prof. Dr. Helmstädter
Tag der mündlichen Prüfung:	8.7.75

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

INHALTSVERZEICHNIS

		Seite
1.	Einleitung und Abgrenzung des Themas	1
	I. Hauptteil: Grundsätzliche Überlegungen zur Zweckmäßigkeit von Depotoptimierungsmodellen und deren nutzentheoretische Basis	11
2.	Random-Walk- vs. Trendhypothese	11
2.1	Grundzüge der Random-Walk-These	14
2.11	Empirische Überprüfungen	19
2.12	Kritik	28
2.2	Grundzüge der Trendhypothese	33
2.3	Ergebnis	36
3.	Zum Zusammenhang zwischen der Rendite, dem Risiko und dem Nutzen einer Investition	37
	II. Hauptteil: Der grundlegende Ansatz von Markowitz und daraus folgende Anwendungsprobleme	46
4.	Markowitz' Bestimmung des optimalen Wertpapierdepots	46
4.1	Der Zusammenhang zwischen Rendite und Risiko im Portefeuille	46
4.11	Unabhängigkeit der Einzelrenditen	50
4.12	Abhängigkeit der Einzelrenditen	53
4.2	Das formale Modell	56
4.3	Eingabedatenerfordernisse	63
4.4	Der Umfang der anzustrebenden Diversifikation	63
4.5	Die Realitätsnähe der dem E-V-Kriterium zugrunde liegenden wesentlichen Elemente	68
4.51	Die quadratische Nutzenfunktion	68

		Seite
4.52	Die Normalverteilung der erwarteten Gewinne	71
4.53	Die Semivarianz als Alternative zur Varianz	74
5.	Gelöste und ungelöste Anwendungsprobleme der Portfolio Selection	79
5.1	Eingabedatenbeschaffung	79
5.2	Rechenzeit auf elektronischen Anlagen	83
5.21	Entwicklung der Rechenzeiten in der Vergangenheit	83
5.22	Gegenwärtige Möglichkeiten der EDV	85
5.221	Hardware	85
5.222	Software	90
5.223	Zusätzliche Argumente	96
5.23	Ergebnis	97
5.3	Die Realisierung des optimalen Portefeuilles	98
5.4	Die Revision des Portefeuilles	101
5.41	Einperiodische Betrachtung	103
5.42	Mehrperiodische Betrachtung	111
	III. Hauptteil: Alternative Modelle der Portfolio Selection	121
6.	Vereinfachungen des ursprünglichen Modells	121
6.1	Die Diagonal-Form (Ein-Index-Modell)	122
6.2	Die Multi-Index-Form	124
6.3	Eine empirische Effizienzüberprüfung des E-V-Modells und seiner Vereinfachungen	127
7.	Andere Ansätze der Portfolio Selection	133
7.1	Das Auswahlkriterium "SAFETY FIRST"	133
7.2	Das "TIME-STATE-PREFERENCE"-Modell	141

		Seite
7.3	Das "GEOMETRIC-MEAN"-Modell	148
7.4	Das Konzept der Stochastischen Dominanz	154
7.41	Grundlagen	155
7.42	Bisherige Testergebnisse	161
7.43	Kritische Würdigung	164
7.5	Die Formelanlageplanung	173
7.6	Das Problem der kleinen Anlagesumme	177
7.61	Die Notwendigkeit einer speziellen Betrachtung	177
7.62	Einige Lösungsversuche	181
7.63	Kritische Beurteilung	190
8.	Zusammenfassende Wertung	197
Verzeichnis der verwendeten Literatur		202
Verzeichnis der Abbildungen		IV
Verzeichnis der Tabellen		VI
Verzeichnis der verwendeten Abkürzungen		VII
Verzeichnis der verwendeten Symbole		VIII
Anhang		
Ergebnisse empirischer Untersuchungen		
A.1	Die Überprüfung der Ergebnisse einiger in der Zeitschrift "Capital" veröffentlichter optimaler Depots	I
A.2	Die Prognostizierbarkeit von Dividenden als einem Bestandteil der Wertpapierrendite	VIII
A.21	Die Prognose der FAZ	IX
A.22	Die Prognose der Zeitschrift "Das Wertpapier"	XII
A.3	Vergleich der beobachteten und der zu erwartenden runs für ausgewählte deutsche Aktien	XIV

VERZEICHNIS DER ABBILDUNGEN

Abb. 1 Normal- und Stable-Paretian-Verteilung, Seite 17.

Abb. 2 Willkürliche Renditeverteilungen von drei Wertpapieren, Seite 38.

Abb. 3 Zusammenhang zwischen erwarteter Rendite eines einzelnen Wertpapiers und dem damit verbundenen Risiko, Seite 40.

Abb. 4 Nutzenkurve in Abhängigkeit von den Besitztümern, Seite 45.

Abb. 5 Zusammenwirken einer Nutzen- mit einer Indifferenzkurve, Seite 45.

Abb. 6 Linie der effizienten Depots, Seite 61.

Abb. 7 Beziehung zwischen der Varianz eines Depots und der Zahl der darin enthaltenen Wertpapiere, Seite 65.

Abb. 8 Ermittlung eines speziellen Depot-Suboptimums, Seite 67.

Abb. 9 Darstellung der hybriden Nutzenfunktion, Seite 76.

Abb. 10 Auslastungsgrad der Zentraleinheit einer EDV-Anlage bei ungepufferter Ein- und Ausgabe, Seite 93.

Abb. 11 Auslastungsgrad der Zentraleinheit einer EDV-Anlage bei gepufferter Ein- und Ausgabe, Seite 94.

Abb. 12 Vergleich der von unterschiedlichen Modellen erzeugten Effizienzlinien, Seite 128.

Abb. 13 Vergleich der durch die drei Auswahlformen Modell, Investmentfond, Randomauswahl gewonnenen Effizienzfelder, Seite 130.

Abb. 14 Geometrische Bestimmung der oberen Grenze der Ruinwahrscheinlichkeit beim Auswahlkriterium "Safety First", Seite 137.

Abb. 15 Vergleich der von Roy und Markowitz ermittelten Effizienzlinien und ihre Auswirkungen auf die Ruinwahrscheinlichkeit, Seite 140.

Abb. 16 Entscheidungsbaum für die mehrperiodische Depotauswahl, Seite 145.

Abb. 17 Häufigkeitssummenfunktionen der ex-post-Wertpapierrenditen als Basis für die Anwendung der Stochastischen Dominanz (FSD), Seite 157.

Abb. 18 Häufigkeitssummenfunktionen der ex-post-Wertpapierrenditen als Basis für die Anwendung der Stochastischen Dominanz (SSD), Seite 159.

Abb. 19 Vergleich der durch die Modelle SD und EV erzeugten Effizienzlinien, Seite 162.

Abb. 20 Ungleiche, vom Frequency-Interval-Approach dennoch als kongruent erkannte Häufigkeitssummenfunktionen, Seite 170.

VERZEICHNIS DER TABELLEN

Tab. 1 Vergleich der beobachteten und der zu erwartenden runs für ausgewählte deutsche Aktien (Zusammenfassung), Seite 24.

Tab. 2 Vergleich der beobachteten und der zu erwartenden runs für die Hoesch-Aktie, Seite 26.

Tab. 3 Willkürliche Renditeverteilungen von drei Wertpapieren, Seite 37.

Tab. 4 Verhältnisvariabler Formelanlageplan, Seite 175.

Tab. 5a Der Einfluß nichtganzzahliger, abgerundeter sowie ganzzahliger Lösungsvariablen auf das Optimum, Seite 180.

Tab. 5b Der Einfluß nichtganzzahliger, abgerundeter sowie ganzzahliger Lösungsvariablen auf das Optimum, Seite 181.

Tab. 6 Der Einfluß der Treffsicherheit der Kursprognosen auf die Rendite effizienter Depots, Seite V.

Tab. 7a Vergleich prognostizierter und tatsächlich gezahlter Dividenden für die Jahre 1971 und 1972, Seite XI.

Tab. 7b Vergleich prognostizierter und tatsächlich gezahlter Dividenden für das Jahr 1972, Seite XIII.

Tab. 8 ff. Vergleich der beobachteten und der zu erwartenden runs für ausgewählte Aktien, Seite XIV ff.

VERZEICHNIS DER VERWENDETEN ABKÜRZUNGEN

AER	The American Economic Review
AktG	Aktiengesetz
DB	Deutsche Bundesbank
FAJ	Financial Analysts Journal
FAZ	Frankfurter Allgemeine Zeitung
HBR	Harvard Business Review
HDSW	Handwörterbuch der Sozialwissenschaften
JfNS	Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik
JoB	The Journal of Business
JoBF	Journal of Business Finance
JoETh	Journal of Economic Theory
JoF	The Journal of Finance
JoFQA	Journal of Financial and Quantitive Analysis
MS	Management Science
OR	Operations Research
QJE	Quarterly Journal of Economics
RES	Review of Economic Studies
ZfgS	Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft

Zur Zitierweise von Zeitschriften: Die Nr. des Heftes ist durch einen Schrägstrich vom Erscheinungsjahr getrennt.

VERZEICHNIS DER VERWENDETEN SYMBOLE

a,b,c	Konstanten
$Cov(e_i,e_j)$	Kovarianz der Wertpapiererträge e_i und e_j
$\overline{Cov(e_i,e_j)}$	Durchschnittliche Kovarianz der Wertpapiererträge eines Depots
D	Dividende eines Wertpapiers
e	Ertrag eines Wertpapiers
E	Erwartungswert
f(y)	Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsvariablen y
F(y)	Häufigkeitssummenfunktion der Zufallsvariablen y
g	Durchschnittsertrag jedes im Depot enthaltenen Wertpapiers
K	Kurs eines Wertpapiers
p	Schranke innerhalb einer Renditeverteilung
r	Zufallsvariable
R	Rendite einer Kapitalanlage (Zufallsvariable)
R_i	Realisationen von R
S	Gesamtertrag eines Depots
SV	Semivarianz
t	Zeit
u	Zufallsvariable mit dem Erwartungswert 0
U	Nutzen
V	Varianz
w	Wahrscheinlichkeit
W	Wohlstand (Wealth)

x_i	wertmäßiger Anteil des i-ten Wertpapiers am Depot
X	Menge der Besitztümer eines Individuums

Anmerkung: Die aufgeführten Symbole werden in dieser Arbeit mit der hier festgelegten Bedeutung gebraucht und gegebenenfalls im Zeitpunkt der Verwendung spezifiziert. Eine Vielzahl anderer Symbole ist in diesem Verzeichnis nicht enthalten und wird unmittelbar bei der (in der Regel einmaligen) Verwendung definiert. Es kann vorkommen, daß ein bestimmtes Symbol in den einzelnen Modellen unterschiedlich definiert ist. Auf die Vereinheitlichung der Symbolik wurde jedoch verzichtet, um einen schnellen Rückgriff auf die verwendete Literatur sicherzustellen.

1. EINLEITUNG UND ABGRENZUNG DES THEMAS

Vor etwa 20 Jahren sind die ersten modelltheoretisch orientierten Arbeiten zum Problem des optimalen Aufbaus von Wertpapierdepots veröffentlicht worden. In erster Annäherung und global formuliert wird eine Antwort auf die Frage gesucht, wie ein begrenzter Kapitalertrag auf eine Vielzahl von miteinander konkurrierenden Wertpapierinvestitionen aufgeteilt werden muß, um die ökonomischen Ziele eines rational handelnden Kapitalanlegers möglichst gut zu erreichen. Es handelt sich demnach um ein Allokationsproblem; in der englischsprachigen Literatur ist es als Portfolio-Selection-Problem bekannt.

Entscheidungen über Investitionen sind in die Zukunft gerichtet, müssen aber auf Grund von Informationen getroffen werden, die sich auf die vergangene Zeit bis zur Gegenwart einschließlich beziehen. Die Gegebenheiten der Vergangenheit können nun hinsichtlich ihrer Wirkung auf ökonomische Teilprozesse nicht ohne weiteres in die Zukunft fortgeschrieben werden, da der Ablauf der Wirtschaft nicht naturgesetzlichen Vorschriften folgt. Diese Nichtdeterminiertheit und grundsätzliche Unbestimmbarkeit des zukünftigen Wirtschaftsprozesses läßt zu, daß bestimmte Pläne der Wirtschaftssubjekte, z.B. Gewinnerzielung aus einer Investition, nicht realisiert werden. Es ist geradezu kennzeichnend für Investitionen, daß der erwartete Erfolg nicht mit Sicherheit erreicht wird[1].

Wie bei anderen Investitionen ist auch bei der Wertpapieranlage festzustellen, daß die erzielbare Rendite und das damit verbundene Risiko in

---

[1] Vgl. dazu W. Krelle, Unsicherheit und Risiko in der Preisbildung. ZfgS 1957/4, S. 632-677, hier S. 632

ganz bestimmter Weise miteinander verbunden sind; die Untersuchung dieser gegenseitigen Abhängigkeit wird in der Gesamtbetrachtung einen vorrangigen Platz einnehmen müssen.

Mit der Lösung des eingangs angesprochenen Zuweisungsproblems wird dem Kapitalanleger zwar geholfen, jedoch ist die Aufgabe damit erst zum Teil gelöst. Die einmalige Auswahl eines Depots von Wertpapieren stellt für den Anleger einen notwendigen, aber in aller Regel nicht hinreichenden Schritt auf dem Wege zur Erzielung einer Rendite dar. Den Ausgangspunkt bildet auch bei dieser Art der Investition die Beschaffung der notwendigen Daten, die - neben einer Rechenvorschrift - die Grundlage jedes Entscheidungskalküls sind. Im vorliegenden Fall können die Daten durch die Wertpapieranalyse gewonnen werden.

Neben der Bereitstellung der Daten und der erstmaligen Auswahl eines Depots stellen die Anpassungsmaßnahmen des Anlegers einen weiteren bedeutsamen Problemkreis innerhalb der Gesamtbetrachtung dar. Mit Hilfe dieser Maßnahmen versucht man, die Zusammensetzung des Depots den sich ständig ändernden, ökonomisch relevanten Umweltbedingungen anzupassen. Die Überlegungen im Hinblick auf die Umschichtung des Portefeuilles (auch als Revision bezeichnet) sind unaufgebbarer Bestandteil der praktischen Depotverwaltung.

Sämtliche dargestellten Modelle werden also unter den folgenden Gesichtspunkten betrachtet und verglichen:

- Datenbeschaffung sowohl für den Aufbau wie für die Revision des Portefeuilles,
- erstmalige Auswahl eines Depots,

- Angleichung dieser Wertpapiermischung an die gegenüber der Ausgangslage veränderten Verhältnisse.

Wertpapiere zeichnen sich in der Regel durch eine hohe Fungibilität sowie weitgehende Teilbarkeit aus und weisen damit in dieser Hinsicht Erleichterungen gegenüber Realinvestitionen auf[1]. Zunächst wurde der Terminus "Wertpapiere" im Portfolio-Selection-Zusammenhang allein mit Aktien gleichgesetzt. Gründe für diese Beschränkung mögen in erster Linie in der Kursvariabilität der Aktien und in der ausgeprägten Kurskonstanz eines anderen großen Teils der Wertpapiere, der festverzinslichen Werte, gelegen haben. Daraus ergab sich für letztere eine ziemlich stabile, dabei sichere Rendite, die zu verbessern nicht möglich war und also auch keine Bemühungen in dieser Hinsicht erforderte. Die Erfahrungen gerade der letzten Jahre zeigen jedoch, daß auch bei den Rentenwerten einschließlich der Wandelobligationen und Optionsanleihen erhebliche Kursschwankungen innerhalb der Periode von einem Jahr zu verzeichnen sind, deren Nutzung angestrebt werden sollte. Aus diesem Grund umfassen "Wertpapiere" in dieser Arbeit grundsätzlich Rentenwerte und Aktien, wobei zwischen Stamm- und Vorzugsaktien kein Unterschied gesehen wird.

Das erste in der Literatur dargestellte vollausgereifte analytische Modell für die Zusammenstellung eines Wertpapierdepots, der MARKOWITZ-Ansatz, begegnete nach seiner Publizierung starker und andauernder Kritik bezüglich mehrerer Punkte. Auf Grund dieser Kritik wurden zur Umgehung der

---

[1] Ausnahmen sind z.B. Namensschuldverschreibungen, vinkulierte Aktien, Schuldscheine.

von den Kritikern angeführten Schwierigkeiten mehrere Vereinfachungen des ursprünglichen Ansatzes vorgenommen, die bei oberflächlicher Betrachtung als Verbesserung erscheinen. Daneben sind einige Modelle unabhängig und unbeeinflußt von MARKOWITZ' Gedankengängen entstanden. Soweit praktische Ergebnisse der einzelnen Modelle vorliegen, konnte kein Fall gefunden werden, in welchem die Ergebnisse des ursprünglichen Ansatzes übertroffen wurden. Bei der Betrachtung der mit den Modellanwendungen verbundenen Kosten zeigt sich, daß mit der Elektronischen Datenverarbeitung (EDV) ein Instrument zur Verfügung steht, welches diese Kosten - im Vergleich zu früher - wirksam zu senken geeignet ist. Darüber hinaus können bisher manuell zu bewältigende Tätigkeiten maschinell durchgeführt werden. Die teilweise stürmische Entwicklung auf diesem Gebiet wird nicht ohne Einfluß auf die Entscheidung bleiben, gewisse Modelle gegenüber anderen zu bevorzugen. Allerdings erreicht man auch in der EDV Grenzen der Rechenkapazität, die aufzuzeigen sein werden. Dies gilt sowohl für die erstmalige Auswahl eines Depots wie für seine Revision.

Der I. Hauptteil der Arbeit befaßt sich mit den Grundlagen für die Anwendung von Auswahlmodellen. Zunächst ist zu prüfen, ob es grundsätzlich sinnvoll ist, mit Hilfe von wie auch immer gearteten Modellen eine Verbesserung der Portfolio-Rendite anzustreben. Die Alternative wäre, den Ankauf von Wertpapieren dem Zufall zu überlassen. Gerade dies ist aber die zentrale Aussage der Random-Walk-Hypothese: Wertpapierkursänderungen sind der Richtung und dem Ausmaß nach unabhängig verteilt, so daß es für die Rendite des Papiers ohne Belang ist, zu welchem Zeitpunkt es gekauft wurde. Damit sind <u>systematische</u> Verbesserungen der Portfolio-

Rendite nicht möglich. Auf die Darstellung der theoretischen Grundlagen folgt die Diskussion einiger Versuche, die These empirisch zu stützen bzw. sie abzulehnen. Die empirischen Tests führen zu widersprüchlichen Ergebnissen und können die Aussagen des theoretischen Modells daher nur teilweise stützen. Eigene empirische Untersuchungen führen ebenfalls nicht zu eindeutigen Resultaten. Trotz dieser Widersprüchlichkeit wird die Prognose von Wertpapierkursen für sinnvoll gehalten. Dies auch deshalb, weil selbst führende Vertreter der Zufallspfad-Hypothese wesentliche Zugeständnisse machen und sie nicht zu eng auslegen. Zudem lassen sich aus einem kurzen Abriß der Trendhypothese einige Argumente ableiten, die die getroffene Entscheidung rechtfertigen. Die Diskussion des Zusammenhangs zwischen der Rendite, dem mit ihr verbundenen Risiko und dem Nutzen einer Wertpapierinvestition schließt die grundlegenden Erörterungen zum Thema ab.

Im II. Hauptteil wird zunächst die Darstellung jenes Ansatzes vorgenommen, der der Ausgangspunkt dieser Untersuchung ist: des MARKOWITZ-Modells. Dabei wird jedoch bewußt davon abgesehen, diesen Ansatz in allen Einzelheiten zu diskutieren, da dies an anderer Stelle bereits geschehen ist. Hier geht es darum, die Struktur des Systems soweit herauszuarbeiten, daß Vergleichsmöglichkeiten mit anderen Auswahlmodellen geschaffen werden. Bedeutende Aspekte sind dabei der Zusammenhang zwischen der Rendite des Depots - einer erwünschten Komponente - und dem damit verbundenen Risiko, daß diese Rendite nicht erreicht wird - eine in der Regel unerwünschte Begleiterscheinung. Um ein weniges ausführlicher ist der Nachweis, daß die Diversifikation in der Lage ist, das mit der Rendite eines Portefeuilles verbundene Risiko in einem bestimmten

Ausmaß zu verringern. Unter Diversifikation wird in Übereinstimmung mit der Literatur die Aufteilung des Anlagebetrages auf mehrere Titel verstanden. Gerade diese erstmalige Quantifizierung eines intuitiv oft angewandten Prinzips muß als einer der wesentlichen Bausteine im MARKOWITZ-System bewertet werden. Die Diskussion der Frage, ob die dem Ansatz zugrunde liegenden Prämissen realitätsnah sind, führt zu einem insgesamt positiven Ergebnis.

Das anschließende Kapitel behandelt einige Erfordernisse der Auswahlmodelle im allgemeinen und des MARKOWITZ-Ansatzes im besonderen, die in der bisherigen Literatur zu diesem Thema oft als wirklichkeitsfremd bezeichnet wurden. Zunächst stellt sich das Problem, die notwendigen Eingabedaten bereitzustellen. Es zeigt sich, daß schon in diesem, dem Algorithmus vorgelagerten Vorfeld elektronische Rechenanlagen wertvolle Hilfestellung zu leisten vermögen. Ihr Entwicklungsstand ist für die Anwendung vieler mathematisch-statistischer Verfahren von ausschlaggebender Bedeutung; Fortschritte in der Maschinen- und Programmtechnik auch in mittelgroßen Anlagen haben die Kosten so weit gesenkt, daß die Rechenarbeiten vergleichsweise billig geworden sind. - Das Problem, wie ein Portefeuille an der Wertpapierbörse realisiert werden kann, ohne induzierte Kursschwankungen auszulösen, ist ebenfalls nicht auf den MARKOWITZ-Ansatz beschränkt. Unabhängig davon, mit welchem Verfahren das Depot ausgewählt oder umgeschichtet wird, stellt sich dieses Problem jedem privaten oder institutionellen Anleger auch bei der intuitiven Depotverwaltung und ist besonders bei engen Märkten gravierend. - Unter realistischen Verhältnissen beginnt für den Portfolio-Manager mit der ersten Auswahl bereits die Tätigkeit des Überprüfens und Vergleichens des Depots

mit den Daten der sich stetig ändernden Umwelt. Sein Ziel ist es, die aus neuen Informationen resultierenden geänderten Erwartungen in eine neue Zusammensetzung des Depots zu transformieren. Auswahl und Revision sind demnach untrennbar miteinander verbunden. Daher kann ein Auswahlmodell allein nur eine erste Hilfe sein; erst ein Revisionsmodell schließt den Kreis[1].

Dieser Zusammenhang ist in der Literatur nicht so stark beachtet, manchmal nur oberflächlich behandelt worden. Als Folge davon erscheinen die vorgeschlagenen Lösungen zum Teil unzulänglich. Deshalb ist diesem Problem in dieser Arbeit viel Aufmerksamkeit gewidmet worden. Im Vordergrund steht zunächst die Strukturanalyse des Problems. Die zu erörternden grundsätzlichen Anforderungen an ein Revisionsmodell und die Diskussion eines solchen Ansatzes liefern Argumente für den Vorschlag, im einperiodischen Fall den MARKOWITZ-Algorithmus anzuwenden. Allerdings sind daneben noch einige weitere Vorkehrungen zu treffen. Die Überlegungen zur Revision werden mit einem kurzen Abriß der Problematik mehrperiodischer Umschichtungsmodelle abgeschlossen; er zeigt besonders deutlich, wie schwierig die Realisierung solcher Ansätze in der Praxis sein wird.

Das erste Kapitel des III. Hauptteils beschreibt, wiederum in gedrängter Form, die Modelle, in denen MARKOWITZ' Grundgedanken in vereinfachter Form wiederkehren. Grund für die Entwicklung in

---

[1] Wenn ein Revisionsmodell vorhanden ist, kann sogar auf ein Auswahlmodell verzichtet werden: Die erstmalige Auswahl nimmt man auf eine beliebige Art und Weise vor; z.B. entscheidet man sich für den Kauf einer einzigen Aktie der Gesellschaft A. Unmittelbar darauf wird das Revisionsmodell angesetzt und liefert das optimale, revidierte Depot.

dieser Richtung war das Bestreben, die Eingabedatenbestimmung zu erleichtern und die Rechenzeit zu verkürzen. Die mit der Vereinfachung notwendig verbundene Vergröberung der Informationen führte erwartungsgemäß c.p. zu schlechteren Ergebnissen, die von den Autoren in manchen Fällen nicht stark genug beachtet wurden. Aufgrund der hier vorgelegten Untersuchung haben diese Modelle an Bedeutung verloren, wenngleich ihre Ergebnisse keinesfalls negativ zu beurteilen sind, wie einige durchgeführte Tests anzeigen.

Die Entscheidung für ein bestimmtes System setzt den vorherigen Vergleich mit anderen Systemen voraus. Bis zu dieser Stelle sind hauptsächlich Überlegungen diskutiert worden, die in unmittelbarem Zusammenhang mit dem ursprünglichen Ansatz stehen. In der Literatur wurden daneben mehrere andere Modelle entwickelt, die teilweise einen anderen Zugang zum Problem gewählt haben, indem andere Auswahlkriterien zugrunde gelegt wurden als bei MARKOWITZ. An erster Stelle ist jener Ansatz anzuführen, der gleichzeitig mit MARKOWITZ' erster Arbeit veröffentlicht wurde. ROY entwickelt sehr plausibel, daß ein Kapitalanleger zwar an der Rendite des eingesetzten Kapitals interessiert ist, aber daneben und vielleicht noch davor das Risiko des ökonomischen Ruins vermeiden muß. Der Ansatz berücksichtigt mehrere Gesichtspunkte, die etwa zur gleichen Zeit von MARKOWITZ als wesentlich erkannt wurden. Jedoch ist dieses Modell über die Anfänge hinaus nicht weiter ausgebaut worden. - Mit dem Time-State-Preference-Modell wird die erste Konzeption vorgestellt, welche sich auf mehr als eine Periode bezieht. Die grundlegende, vom Modell gestellte Anforderung an das Anlegerverhalten ist: Änderungen in der Depotzusammensetzung sind während der gesamten Investitions-

dauer nicht möglich. Abgesehen von den Fragen, die sich im Zusammenhang mit dieser Voraussetzung ergeben, wirft die Bereitstellung von Daten für mehr als eine Periode schwerwiegende Probleme auf[1]. Ähnliche Bedenken sind beim Kriterium des Geometric Mean anzumelden, welches ebenfalls für eine Periodenzahl größer als eins konzipiert ist. Zwar wird von vielen Autoren mit Recht darauf hingewiesen, Anleger seien in der Regel längerfristig orientiert, da sie das aus der Anlage fließende Einkommen für eine unbestimmte Vielzahl von Perioden benötigen. Die Schwierigkeit erwächst jedoch aus dem Zwang, geschätzte Renditedaten für jede der in die Betrachtung einbezogenen Perioden für jedes Wertpapier zur Verfügung zu stellen. Dies ist eine Aufgabe, die die Analytiker mit den heute vorhandenen Mitteln offenbar nur schwer lösen können. Schließlich wird ein Lösungsversuch vorgestellt, der noch jüngeren Datums ist und volle Aufmerksamkeit verdient. Nach dem Prinzip der Stochastischen Dominanz werden die Renditen der Vergangenheit der einzelnen Papiere zu diskreten Häufigkeitsverteilungen umgeformt und sodann miteinander verglichen. Dominiert eine Verteilung eine andere, dann scheidet das Wertpapier mit der ungünstigeren Verteilung für die Auswahl in das Depot aus. Zunächst kann dieser Auswahlmodus offenbar als einziges der in dieser Arbeit erörterten Modelle auf eine Schätzung der zukünftigen Renditen verzichten. Einige bereits vorhandene Testergebnisse stellen sich in bestimmten Renditebereichen nicht wesentlich ungünstiger dar als bei MARKOWITZ. Dies ist um so bemerkenswerter, als der Ansatz noch verbesserungsfähig erscheint.

---

[1] Zwar müssen die Probleme der Datenbeschaffung grundsätzlich von der Kritik an einem Verfahren getrennt werden. Dies gilt jedoch nicht, wenn die Praktikabilität eines Modells in solch starkem Ausmaß von der Verfügbarkeit der notwendigen Daten abhängt wie im vorliegenden Fall.

Bei der Erörterung der Formel-Anlageplanung zeigt sich, daß der Graben zwischen diesem Instrument und den zuvor umschriebenen subtilen Modellen bei weitem nicht so breit ist, wie es zunächst erscheinen mag. Der Prozeß der Datengewinnung und Entscheidungsfindung verläuft in beiden Fällen zum Teil konform; die Anwendung eines der beschriebenen Modelle führt den Anwender lediglich dazu, seine Vorstellungen über die erwartete Rendite verhältnismäßig präzise zu formulieren.

Das letzte der analysierten Modelle bietet dem kleinen Anleger eine Lösung seiner speziellen Problemstellung an. Diese besteht darin, daß auf Grund der unterstellten kleinen Anlagesumme die aus den Modellen üblicherweise resultierende Anweisung auf nichtganzzahlige Stücke der zu erwerbenden Aktien lautet.

Im Schlußkapitel werden die Schlußfolgerungen aus der vorangegangenen Diskussion gezogen. Unter Zugrundelegung der Beurteilungskriterien Kosten, Leistung und Praktikabilität werden die untersuchten Modelle miteinander verglichen mit dem Ziel, das geeignetste zu bestimmen. Soweit Ergebnisse der einzelnen Ansätze vorliegen, werden sie angeführt und kritisch beleuchtet. Danach wird der ursprüngliche Ansatz den genannten Kriterien am ehesten gerecht. Ein maßgeblicher Einfluß geht dabei von den Einsatzmöglichkeiten der EDV aus.

I. HAUPTTEIL: GRUNDSÄTZLICHE ÜBERLEGUNGEN ZUR ZWECKMÄSSIGKEIT VON DEPOTOPTIMIERUNGSMODELLEN UND DEREN NUTZENTHEORETISCHE BASIS

2. RANDOM-WALK- VS. TRENDHYPOTHESE

Wertpapierauswahlmodelle sollen dazu dienen, ohne Beeinträchtigung eines gegebenen Risikoniveaus höhere Portefeuillerenditen zu erzielen als zuvor. Eine andere mögliche Zielsetzung lautet: Bei gegebener Rendite ist das mit ihr verbundene Risiko zu verringern. Bevor mit der Darstellung und Prüfung solcher Modelle begonnen wird, ist zu untersuchen, ob diese Bemühungen Erfolg haben können oder ob dieser Erfolg nicht aus prinzipiellen Gründen unmöglich ist. Bei oberflächlicher Betrachtung beinhaltet die Random-Walk-These eine solche Aussage, wohingegen die Folgerungen der Trendhypothese den Einsatz entsprechender Modelle sinnvoll erscheinen lassen. Angesichts der grundlegenden Bedeutung für den Fortgang der Diskussion müssen daher zunächst diese beiden konträren Thesen erörtert werden.

Zuvor sind jedoch die zentralen Begriffe Rendite und Risiko zu definieren.

Die Rendite R einer Periode für eine Investition am Wertpapiermarkt errechnet sich als[1]

---

[1] Vgl. bei J.C. Francis, S.H. Archer, Portfolio-Analysis. Englewood Cliffs 1971, S. 10. - Es ist unerheblich, ob es sich um realisierte oder Buchgewinne handelt.

$$(1)\quad R = \frac{K_E + D - K_A}{K_A} \times 100$$

wobei K_E den Kurs am Ende der Periode,

D die Zuflüsse während der Periode, z.B. die Dividende,

K_A den Kurs am Anfang der Periode bedeuten.

Der Risikobegriff ist bis in die Gegenwart hinein Gegenstand ausführlicher Diskussionen gewesen, die nicht ohne Einfluß auf den Begriffsinhalt geblieben sind. Nach einer noch weitverbreiteten Auffassung wird unter Risiko verstanden, daß für den Eintritt gewisser Ereignisse (hier: Erreichen einer bestimmten Rendite) eine objektive Wahrscheinlichkeitsverteilung bekannt ist. Demgegenüber ist der Begriff der Ungewißheit solchen Situationen vorbehalten, in denen wegen der Einmaligkeit des Ereignisses eine solche Verteilung allenfalls subjektiv bestimmt werden kann[1]. Folgt man im weiteren KNIGHT, dann ist die subjektive Wahrscheinlichkeitsverteilung als eine Art Vertrauensindex aufzufassen, der die eher gefühlsmäßige Erwartung eines zukünftigen Ereignisses widerspiegelt[2]. Besonders dieser Rückgriff auf die Intuition hat jedoch Anlaß zur Kritik gegeben[3].

---

[1] Art. Erwartungen, Unsicherheit und Risiko (W. Weber, E. Streißler). HDSW Bd. 3, Stuttgart-Tübingen-Göttingen 1961, S. 330 - 339, hier S. 333.

[2] Vgl. F.H. Knight, Risk, Uncertainty and Profit. New York 1964, S. 224 ff.

[3] Vgl. hierzu die Ausführungen bei U. Hielscher, Das optimale Aktienportefeuille - Grundlagen der Kapitalanlagenplanung am Aktienmarkt. Diss. Darmstadt 1969, S. 91 ff.

Die Frage, ob Entscheidungen am Wertpapiermarkt unter Risiko oder unter Ungewißheit getroffen werden, ist offenbar nicht völlig eindeutig zu beantworten. Beachtet man nämlich, daß auf die zukünftige Rendite eines Wertpapiers eine bestimmte Zahl von ökonomischen und außerökonomischen Faktoren einwirkt, die sich darüber hinaus ständig verändern und deren Gewichte nicht konstant bleiben, dann kann dieser Schätzung der Charakter der Seltenheit nicht völlig abgesprochen werden. Diese Überlegung könnte als Unterstützung des Ungewißheitscharakters der Renditeschätzung gewertet werden. Demgegenüber wird man sich jedoch in der Regel dieser großen Zahl von Einflußgrößen nicht bewußt und zieht bei der Schätzung nur einen vergleichsweise kleinen Ausschnitt davon in Betracht. Durch diese Verkürzung der vorhandenen Bandbreite entstehen einige Haupteinflußgrößen, deren Gewicht entsprechend zunimmt und die sodann oft jeder Schätzung zugrunde gelegt werden. Mangels ausreichenden "Auflösungsvermögens" wird also in der Praxis zum Teil ein zu grobes Raster verwendet. Aus dieser teilweisen Normierung der Schätzung ergeben sich Gesichtspunkte, die eher als Risikomerkmale zu werten sind. HIELSCHER hat sich entschieden, Ungewißheit zu unterstellen: "Der Ansatz ... ist ... zur Lösung des Ungewißheitsproblems bei der Anlageplanung am Aktienmarkt ungeeignet"[1].

Die Schwierigkeiten der richtigen Zuordnung des anstehenden Problems (entweder Risiko oder Ungewißheit) entfallen, wenn man eine möglichst allgemeine Definition dieser beiden Unterfälle der

---

[1] Vgl. U. Hielscher (1969), a.a.O., S. 95. Hervorhebung durch den Verfasser.

Unsicherheit zugrunde legt. Nach neuerer Auffassung sollte dabei auch die Zielsetzung einer bestimmten Handlung als Kriterium enthalten sein. Auf dieser Basis definiert HIELSCHER das Risiko allgemein als die Gefahr, daß sich eine Entscheidung nachträglich als falsch herausstellt[1]. Diese Definition trägt auch den Verhältnissen am Wertpapiermarkt Rechnung und soll in dieser Arbeit als Grundlage der weiteren Erörterungen dienen.

2.1 GRUNDZÜGE DER RANDOM-WALK-HYPOTHESE

Das Bemühen, in der zeitlichen Folge von Preisänderungen für bestimmte Güter ein Muster zu erkennen, fand seinen ersten wissenschaftlichen Niederschlag um die Jahrhundertwende durch BACHELIER[2]. Bereits in dieser Arbeit wurde vermutet, daß Aktienkurse einem Zufallspfad folgen. In den folgenden Jahrzehnten waren auf diesem speziellen Gebiet nur wenige Publikationen zu verzeichnen. Erst gegen Ende der 50er Jahre wuchs das Interesse an dieser Materie in einem dann allerdings starken Ausmaß und erreichte zwischen 1960 und 1970 einen vorläufigen Höhepunkt.

Folgt man zunächst einem der prominentesten Vertreter der Random-Walk-Hypothese, FAMA[3], so lassen sich ihre zentralen Aussagen wie folgt umreißen:

---

1 U. Hielscher (1969), a.a.O., S. 97.

2 Vgl. L. Bachelier, Theory of Speculation, in: P.H. Cootner (ed.): The Random Character of Stock Market Prices. Cambridge 1964, S. 17 - 78.

3 Vgl. E.F. Fama, The Behavior of Stock Market Prices. JoB 1965/1, S. 34 - 105, hier S. 35 - 45.

i) Änderungen von Aktienkursen treten unabhängig voneinander auf und sind aus ihren vergangenen Verläufen nicht prognostizierbar.

Der W e r t eines jeden Titels wird zu jedem Zeitpunkt durch den "intrinsic value" repräsentiert, der dem Erwartungswert der zukünftigen Gewinne gleicht. Der P r e i s des Titels wird sich daran orientieren, muß aber nicht notwendig mit ihm übereinstimmen. Der Grund für eventuelle Differenzen liegt darin, daß im Publikum keine einheitliche Meinung über die auf den Erwartungswert der Gewinne einwirkenden Faktoren besteht. Dies sind die Höhe und die zeitliche Verteilung der Gewinne, der Grad ihrer Sicherheit, die Höhe der anzuwendenden Abzinsungsfaktoren. Grundsätzlich spiegelt der Preis jedoch den Informationsstand der Anleger wider.

Neue Nachrichten ökonomischer und/oder politischer Natur können das Publikum zu einer Revision seiner Erwartungen bewegen und zu Käufen oder Verkäufen eines Papiers führen. Dabei ändert sich in der Regel sein Kurs (Preis). Richtung und Ausmaß der Änderung hängen von der Art und Intensität der einwirkenden Faktoren ab. Da diese als voneinander unabhängig betrachtet werden, kann zunächst vermutet werden, daß auch ihre Auswirkungen, die Kursänderungen, unabhängig verteilt sind. Die Differenz der Kurse K zweier Perioden ist mithin eine Zufallsvariable u mit dem Erwartungswert E = 0 und der Kovarianz Cov = 0[1]:

---

[1] Modifizierungen dieser Grundform des Modells siehe bei C.W.J. Granger, O. Morgenstern, Predictability of Stock Market Prices. Lexington 1970, hier S. 72 ff.

$$(2) \quad K_t - K_{t-1} = u_t$$

$$\text{wobei } E(u_t) = 0$$

$$\text{Cov } (u_t, u_{t-i}) = 0 \quad (i=1,2,\ldots,N)$$

Das bedeutet, daß in den Kursen der Vergangenheit keine Informationen über ihre zukünftige Entwicklung enthalten sind[1]; die beste Schätzung des zukünftigen Kurses ist identisch mit dem heutigen Kurs. Somit ist es ohne Bedeutung für die Rendite, zu welchem Zeitpunkt Wertpapiere gekauft werden.

ii) Das Ausmaß der Änderungen folgt bestimmten Häufigkeitsverteilungen[2].

BACHELIER nahm auf Grund des Gesetzes der großen Zahl an, daß die Änderungen der Kurse durch eine Normalverteilung dargestellt werden können. Auch GODFREY-GRANGER-MORGENSTERN[3] kommen zu diesem Ergebnis. FAMA findet eine Form, die als Stable-Paretian bekannt ist. Abbildung 1 zeigt das wesentliche Unterscheidungsmerkmal der beiden Verteilungen: bei letzterer ist die Varianz größer als bei der (standardisierten) Normalverteilung[4].

---

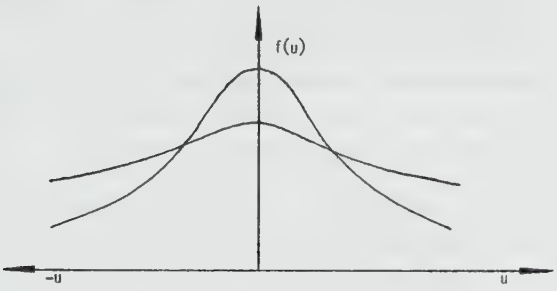
1 Siehe dazu E.F. Fama (1965), a.a.O., S. 34.

2 In der ex-post-Analyse.

3 Vgl. M.D. Godfrey, C.W.J. Granger, O. Morgenstern, The Random-Walk Hypothesis of Stock Market Behavior. Kyklos 1964/1, S. 1-30, hier S. 12.

4 Zu den Eigenschaften der Stable-Paretian-Verteilung siehe E.F. Fama (1965), a.a.O., S. 43 f., passim.

Abbildung 1 - Normal- und Stable-Paretian-Verteilung



Daraus ergeben sich Konsequenzen in bezug auf die Risikoverteilung der entsprechenden Wertpapiere: Liegt eine Stable-Paretian-Verteilung vor, dann bedeutet dies stärkere Kursausschläge als bei einer Normalverteilung und damit ein höheres Renditerisiko des zugrunde liegenden Papiers. - Hier wird nur der erste Teil der Hypothese, die Unabhängigkeit sukzessiver Kursrealisationen voneinander, weiter verfolgt.

Als wesentliche Voraussetzung der Gültigkeit der RW-These wird von ihren Verfechtern der effiziente Markt betrachtet[1]. Ein Markt ist dann effizient, wenn die Preise der gehandelten Güter zu jeder Zeit die vorhandenen Informationen widerspiegeln. Der Markt hat dann sein Maximum an Effizienz erreicht, wenn

---

[1] Vgl. E.F. Fama, Efficient capital markets: A review of theory and empirical work. JoB 1970/2, S. 383 - 423, hier S. 383 ff. sowie S. 413 f. Ähnlich bei J.C. Van Horne, G.G.C. Parker, The Random-Walk Theory: An Empirical Test. FAJ 1967/6, S. 87 - 92, hier S. 87.

- keine Transaktionskosten beim Ankauf und Verkauf von Wertpapieren anfallen,
- sämtliche Informationen kostenlos für alle Marktteilnehmer erhältlich sind,
- alle Marktteilnehmer hinsichtlich der Beurteilung der Auswirkungen von neuen Nachrichten auf die Kurse übereinstimmen[1].

Angesichts der an realen Wertpapierbörsen nur schwer erreichbaren Einhaltung der genannten Bedingungen[2] ist man jedoch mit einer eingeschränkten Markteffizienz zufrieden ("basically efficient"). Danach dürfen Transaktionskosten anfallen, und es reicht aus, wenn eine genügend große Zahl von Marktteilnehmern über die entsprechenden Informationen verfügt[3]. Darüber hinaus wird ein gewisses Maß an Nichtübereinstimmung hinsichtlich der Implikationen von neuen Nachrichten auf die Kurse zugelassen. Wenngleich der "intrinsic value" zunächst verfehlt werden kann, pendelt sich der Preis innerhalb einer Zeitspanne ein, die durch eine Zufallsvariable bestimmt wird[4].

Die Schlußfolgerung der orthodoxen RW-These lautet mithin: Eine Kursprognose, die allein aus Vergangenheitswerten abgeleitet wurde, kann keinen

---

[1] Siehe E.F. Fama (1970a), a.a.O., S. 387. Insofern ist der effiziente Wertpapiermarkt als ein Sonderfall des vollkommenen Marktes aufzufassen.

[2] Insiderinformationen z.B. sind mit einem effizienten Markt nicht vereinbar. Zu den Auswirkungen solcher Informationen auf die Wertpapierkurse siehe H. Schulz, Der Einfluß von Kapitalerhöhungen aus Gesellschaftsmitteln auf die Entwicklung der Aktienkurse. Diss. Göttingen 1972.

[3] Siehe E.F. Fama (1970a), a.a.O., S. 388.

[4] Erfolgen neue Nachrichten in kurzem Abstand hintereinander, dann könnte der Preis offenbar über längere Zeit vom Wert abweichen.

Vorteil in Form einer systematisch höheren Rendite erbringen[1]. Auf die Zielrichtung dieser Arbeit bezogen bedeutet dies zunächst: Der Einsatz von Auswahl- und Revisionsmodellen kann hinsichtlich Rendite und Risiko keine besseren Ergebnisse erbringen als die Auswahl und Revision aufs Geratewohl.

2.1.1 EMPIRISCHE ÜBERPRÜFUNGEN

Bei Gültigkeit der RW-These ist es, wie ausgeführt wurde, offenbar ohne Belang für die Rendite eines Papiers, zu welchem Zeitpunkt es gekauft wird[2]. Tests der Hypothese wurden oft in der Weise durchgeführt, daß man ein Depot anschafft und sodann die Buy-and-Hold-Strategie (BH) sowie die Rebalancing-Strategie (RB) anwendet[3]. Der da-

---

1 Evtl. vorhandene andere, zusätzliche Informationen werden also vom RW-Modell gar nicht in Betracht gezogen.

2 Diese Aussage gilt ebenso für die Zusammenfassung mehrerer einzelner Papiere, das Depot, weil die Summe von Zufallsvariablen wiederum eine Zufallsvariable ergibt.

3 BH bedeutet, daß ein Portefeuille nach seinem Aufbau über eine bestimmte Zahl von Perioden ohne Veränderung gehalten und sodann aufgelöst wird. Dividenden u.a. Erträge während der Haltezeit investiert man in dieselben Werte, die Ursache der Zuflüsse waren. Vgl. dazu J.L. Evans, The Random-Walk Hypothesis, Portfolio Analysis and the Buy-and-Hold Criterion. JoFQA 1968/2, S. 327 - 342, hier S. 328.
Bei RB dagegen handelt es sich um eine Strategie, bei welcher die beim Depotaufbau gegebenen relativen Anteile der einzelnen Aktien während der gesamten Planungsperiode unverändert bleiben. Bei ungleichmäßiger Entwicklung der Anteile müssen demnach zur Aufrechterhaltung der ursprünglichen Aufteilung zu unterschiedlichen Terminen An- und Verkäufe durchgeführt werden. Vgl. R.R. West, S.M. Tinic, Portfolio Theory and the Random Walk Theory: Comment. JoF 1973/3, S. 733-741, hier S. 733. - Zahl und Länge der Perioden müssen bei Anwendung beider Strategien naturgemäß gleich sein, um einen korrekten Vergleich zuzulassen.

bei zugrunde liegende Gedanke lautet: Unterscheiden sich die mit Hilfe dieser beiden Strategien erzielten Ergebnisse, dann ist es nicht egal, wann welche Wertpapiere angeschafft werden. Ein solches Resultat würde also den Aussagen der RW-These widersprechen.

Aus der großen Zahl der durchgeführten Tests werden im folgenden einige mitsamt ihren Befunden erörtert[1].

VAN HORNE und PARKER[2] verfolgten über mehr als 6 Jahre 30 per Zufall ausgewählte Aktien. RB wurde auf Grund von gleitenden Kursindices der letzten 100, 150 und 200 Börsentage betrieben, wobei außerdem verschiedene Schranken bei den Kursveränderungen als Kauf- und Verkaufssignale beachtet wurden[3]. BH übertraf RB durchgängig, jedoch waren bei RB die Transaktionskosten (im wesentlichen Bankenprovisionen und steuerähnliche Abgaben) berücksichtigt worden.

LEVY[4] vergleicht ebenfalls über mehrere Jahre ein durch Zufallsauswahl zusammengestelltes Portefeuille aus 200 Aktien mit einem anderen, welches das Ergebnis eines Modells ist. Die Rendite des letzteren ist deutlich höher als die des ersteren.

Dieses Ergebnis führt JENSEN[5] auf eine Verzerrung zurück, derzufolge der Auswahlmechanismus zu viele

---

1 Siehe auch das Literaturverzeichnis in P.H. Cootner, a.a.O.

2 Vgl. J.C. Van Horne, G.G.C. Parker, a.a.O.

3 Zu den Filtertests siehe auch die Ausführungen unter Ziffer 5.42.

4 Vgl. R.A. Levy, Random Walks: Reality or Myth. FAJ 1967/6, S. 69 - 77.

5 Vgl. M.C. Jensen, Random Walks: Reality or Myth - Comment. FAJ 1967/6, S. 77 - 85.

Papiere mit überdurchschnittlicher Rendite erfaßte. Der Frage, wie diese über mehrere Jahre festgestellten hohen Renditen entstehen konnten, geht JENSEN nicht nach; bei strikter Gültigkeit der Hypothese hätten sie gar nicht vorhanden sein dürfen.

Im Anschluß an weitere Arbeiten von LEVY benutzten JENSEN und BENNINGTON[1] LEVY's Rechenvorschriften, legen aber ein Vielfaches der ursprünglichen Daten zugrunde: 29 Portefeuilles zu 200 Aktien über einen Zeitraum von 35 Jahren, aufgeteilt in Intervalle von 5 Jahren. Vor dem Abzug von Transaktionskosten verbleibt für RB trotz der verhältnismäßig großen zeitlichen Dimension nur ein kleiner Vorteil, der nicht signifikant ist und somit die RW-These stützt.

CHENG und DEETS[2] legen die Gültigkeit von RW zugrunde und ermitteln auf dieser Basis für den allgemeinen Fall eine theoretische Überlegenheit von BH über RB, wobei Transaktionskosten nicht beachtet werden. Der Test mit den Aktien, die dem Dow-Jones-Index zugrunde liegen, ergibt für die Zeitspanne von 1937 - 1969 das umgekehrte Ergebnis. WEST und TINIC[3] bemängeln dabei die Nichteinrechnung der Transaktionskosten, da diese starken Einfluß auf das Ergebnis der Strategie RB ausüben. Für die Rendite ist dies in der Tat relevant. Im Zusammenhang mit Versuchen, die RW-These zu stützen oder sie abzulehnen, kann das von WEST und TINIC

---

1 Vgl. M.C. Jensen, G.A. Bennington, Random Walks and technical theories: Some additional evidence. JoF 1970/2, S. 469 - 482.

2 Vgl. P.L. Cheng, M.K. Deets, Portfolio Returns and the Random Walk Theory. JoF 1971/1, S. 11 - 30.

3 Vgl. R.R. West, S.M. Tinic, a.a.O.

vorgebrachte Argument jedoch nicht verfangen. Der Primäreffekt besteht darin, daß RB bei Nichtbeachtung dieser Transaktionskosten bessere Resultate erbringt als BH. Dieses Ergebnis ist wichtig für die Beurteilung der Gültigkeit der Theorie. Wenn nachgelagert, aber unabhängig von diesem Resultat, Transaktionskosten anfallen, dann mag dadurch das Nettoergebnis der Strategie geschmälert werden. Diese auf Grund des gegebenen kommerziellen Banksystems entstehenden Kosten können jedoch nicht herangezogen werden, um die Gültigkeit der in Rede stehenden These zu beurteilen.

Eine weitere Möglichkeit, die Unabhängigkeit der Wertpapierkurse voneinander zu testen, basiert auf der folgenden Überlegung: Betrachtet man die Vorzeichen der Differenzen sukzessiver Kurse eines Papiers, dann mag sich nachstehende Folge ergeben:

\+ + - 0 - - - + - + +

Dabei bedeutet + eine Erhöhung des Kurses von einem Börsentag zum anderen, - entsprechend eine Ermäßigung; 0 zeigt an, daß der Kurs konstant geblieben ist. Eine Folge gleicher Elemente in einer solchen Reihe heißt run, die Länge des run ist durch die Zahl seiner Elemente gegeben[1]. Das Beispiel beinhaltet sieben runs, davon bestehen vier aus 1, zwei aus 2, ein run aus 3 Vorzeichen.
- Trifft RW zu, dann müssen die Vorzeichenfolgen mit bestimmten Häufigkeitsverteilungen übereinstimmen.

Für die Anwendung des der Klasse der parameterfreien Verfahren zuzuordnenden run-Tests wurden

---

[1] Siehe dazu A. Hald, Statistical Theory with Engineering Applications. New York 1952, S. 342; P. Neurath, Statistik für Sozialwissenschaftler. Stuttgart 1966, S. 426.

die bereinigten[1] Tageskurse von 14 inländischen Aktiengesellschaften zugrunde gelegt[2]. Sie umspannen den Zeitabschnitt vom 2.1.70 bis zum 31.12.74; je Aktie stehen zwischen 1239 und 1251 Beobachtungen zur Verfügung.

Durch eine erste Berechnung läßt sich ermitteln, wieviel runs E_{RL} insgesamt, d.h. unabhängig vom Vorzeichen, je Aktie zu erwarten sind, wenn Unabhängigkeit der Kursbildung vorausgesetzt wird:

$$(3)^{3} \qquad E_{RL} = \frac{n(n+1) - \sum_i n_i^2}{n}$$

n bedeutet die Gesamtzahl der Beobachtungen je Aktie, n_i $(i = 1,2,3)$ die Zahl der Beobachtungen je Vorzeichen in der Reihenfolge +, -, 0. $\sum_{i=1}^{3} n_i = n$.

Tabelle 1 enthält die ermittelten Ergebnisse.

---

[1] Da bei den Grundkapitalveränderungen deutscher Aktiengesellschaften in der Nachkriegszeit die Erhöhungen der Zahl und dem Gewicht nach überwogen, könnte sich in den Kursen ein Trend herausgebildet haben. Durch die Kursbereinigung versucht man, diese Auswirkungen der Kapitalveränderungen zu eliminieren. Methodik und Zielsetzung der Kursbereinigung sind beschrieben bei J. Bleymüller, Theorie und Technik der Aktienkursindices. Wiesbaden 1966.

[2] Zur Verfügung gestellt vom Statistischen Bundesamt, Wiesbaden, welches auch die Kursbereinigung vorgenommen hat.

[3] Im einzelnen siehe dazu W.A. Wallis, H.V. Roberts, Statistics: A new approach. Glencoe (Ill.) 1956, S. 571.

Tabelle 1 - Vergleich der beobachteten und der zu erwartenden runs für ausgewählte deutsche Aktien (Zusammenfassung)

Aktie	Beobachtete Zahl von runs insgesamt	Zu erwartende Zahl von runs E_{RL} insgesamt
SIEMENS	630	701
BAYER	642	681
BASF	677	720
HOECHST	623	679
GELSENB.	681	719
VW	671	719
AEG	651	701
THYSSEN	675	723
RWE	666	731
DEUTSCHE B.	589	670
HOESCH	686	734
CONTI-G.	733	734
MANNESM.	641	714
DRESDNER B.	619	674
Durch-schnitt	656,0	707,1

In sämtlichen Fällen übersteigt die Zahl der erwarteten runs die der tatsächlichen. Legt man letztere zugrunde, dann beträgt die durchschnittliche Abweichung 7,7 %, im ungünstigsten Einzelfall sogar 13,8 %. Diese Ergebnisse könnten zunächst kaum zur Unterstützung der RW-These herangezogen werden, da sie in einem gewissen Umfang Abhängigkeit der Kursbildung signalisieren.

Eine Verfeinerung des Tests im Hinblick auf die einzelnen run-Arten hat HALD angegeben. Bei wiederum unterstellter Unabhängigkeit in der Kursbildung errechnet sich die Zahl der zu erwartenden Plus-runs E_{RL+i} von der Länge i (i = 1,2,...,n) je Aktie zunächst zu

$$(4)^1 \qquad E_{RL+i} = \frac{n_1^{\,i}(n_r + 1)^2}{n^{(i+1)}}$$

n_1 bedeutet wiederum die Zahl der Kursveränderungen mit dem Vorzeichen Plus je Aktie, n_r umfaßt sämtliche übrigen Vorzeichenwechsel je Aktie. Nach einigen Umformungen[2] gewinnt man die Beziehung

$$(4a) \qquad E_{RL+i} \cong n\left(\frac{n_1}{n}\right)^i \left(\frac{n_r}{n}\right)^2$$

Die Summe sämtlicher erwarteter unterschiedlicher runs je Aktie mit dem Vorzeichen Plus ergibt die Summe aller Plus-runs je Aktie:

$$(5) \qquad \sum_i E_{RL+i} = E_{RL+}$$

---

[1] Vgl. A. Hald, a.a.O., S. 343 f.

[2] Sie erfolgen nur, um für die Programmierung eine handlichere Form zu erhalten: Aus (4) folgt

$$E_{RL+i} = \frac{n_1^{\,i}}{n^i} \cdot \frac{(n_r + 1)^2}{n}$$

$$= \frac{n \cdot n_1^{\,i}}{n^i} \cdot \frac{(n_r + 1)^2}{n^2}$$

$$= n\left(\frac{n_1}{n}\right)^i \left(\frac{n_r + 1}{n}\right)^2$$

Für großes n ist auch n_r groß und gleicht näherungsweise $n_r + 1$; daraus ergibt sich Gl. (4a).

Die Gleichungen für die Bestimmung der erwarteten Minus- und Null-runs lauten analog. Die erwartete Zahl sämtlicher runs je Aktie E_{RL} beträgt

$$(6) \quad E_{RL} = E_{RL+} + E_{RL-} + E_{RLO}$$

Die Ergebnisse des Tests sind im Anhang aufgeführt[1]; Tabelle 2 zeigt beispielhaft die Resultate der Hoesch-Aktie.

Tabelle 2 - Vergleich der beobachteten und der zu erwartenden runs für die Hoesch-Aktie

Run-Länge	Plus-runs		Minus-runs		Null-runs	
	tat-sächl.	erwar-tet	tat-sächl.	erwar-tet	tat-sächl.	erwar-tet
1	148	176,2	132	164,1	97	104,4
2	82	74,4	82	77,7	12	10,9
3	29	31,4	39	36,8	3	1,1
4	11	13,8	15	17,4		0,1
5	9	5,6	12	8,3		
6	3	2,4	6	3,9		
7	2	1,0	2	1,9		
8	1	0,4	0	0,9		
9			1	0,4		
	285	305,2	289	311,4	112	116,5

Die beobachtete und die bei Gültigkeit der RW-These zu erwartende Zahl der runs für verschiedene run-Längen zeigt insgesamt in erheblichem Ausmaß Übereinstimmung. Sie ist insbesondere bei kurzen runs ausgeprägt. Auffällig gering ist die Zahl langer runs. Die in diesen Fällen oft feststellbare

[1] Die Summe der erwarteten runs je Aktie weicht wegen Rundungsfehlern von den Werten der Tabelle 1 ab.

Diskrepanz zwischen Soll und Ist darf jedoch nicht zu stark bewertet werden, weil Ausmaß und Zahl der Abweichungen statistisch nicht signifikant erscheinen.

Die Ergebnisse des Tests müssen insgesamt kritisch betrachtet werden. Zunächst ist anzumerken, daß in die Gl. (3) bis (6) die beobachtete Verteilung der run-Arten als eine bestimmende Größe eingeht. Dadurch werden die ermittelten Schätzwerte stark in Richtung auf die als Eingangsgröße dienende beobachtete Verteilung beeinflußt. Die vergleichsweise grobe Struktur des Tests kommt auch darin zum Ausdruck, daß beim Vergleich der Kurse nur registriert wird, ob eine der Relationen "größer", "kleiner" oder "gleich" vorliegt. Die Information "Stärke des Ausschlags" dagegen wird nicht genutzt.

Auch ist zu beachten, daß die Zahl der Vergleichsergebnisse "gleich" von der Genauigkeit der Kursfestsetzung abhängt, die jedoch willkürlich gehandhabt wird: Bei einer nur auf volle DM lautenden Kursnotierung sind mehr Resultate "gleich" zu erwarten als bei der z.Z. üblichen Festsetzung auf volle DM 0,10.Würde als kleinste Einheit ein Pfennig festgesetzt, dann müßte die Zahl der Nullruns noch stärker sinken.

Abgesehen von drei Ausnahmen (BASF, Mannesmann, Dresdner Bank) wurden bei sämtlichen anderen Aktien mehr Minus- als Plus-runs festgestellt. Weiterhin erwies sich der längste run je Aktie nur einmal (bei HOECHST) als ein Plus-run, während in neun Fällen die längsten runs eine absteigende Folge darstellten. Diese Fakten stützen die Annahme, daß die völlige Unabhängigkeit der Kurse des vorliegenden Testmaterials nicht gegeben ist,

vielmehr die negativen Kursabweichungen ein leichtes Übergewicht haben. Eine plausible Erklärung dafür besteht darin, daß während des Beobachtungszeitraums eine abwärts gerichtete Börsentendenz zu verzeichnen war. Dies wird durch die Entwicklung des Aktien-Index der FAZ belegt, der u.a. sämtliche in der Tabelle 1 aufgeführten Werte enthält:

Zeitpunkt	Ende 1969	Ende 1970	Ende 1971	Ende 1972	Ende 1973	Ende 1974
Indexstand	254,08	187,43	197,89	224,74	177,36	177,20

Möglicherweise war der Untersuchungszeitraum noch zu kurz gewählt, obwohl er mehr als 1200 Beobachtungen enthält.

Insgesamt kann aus den vorliegenden Testergebnissen in vielen Fällen eine Unterstützung der RW-These hergeleitet werden[1]. Die folgenden Ausführungen sollten jedoch geeignet sein, Zweifel an ihrer vollen und unbeschränkten Gültigkeit zu wecken.

2.12 KRITIK

Einen ersten Anlaß zur kritischen Diskussion der RW-These gibt der gemäß Voraussetzung vorhandene effiziente Markt. FAMA geht von der nahezu zeitlosen Umsetzung von Nachrichten in die Kurse aus, wobei der "intrinsic value" nach beiden Seiten verfehlt werden kann. Das Herantasten an die-

---

[1] Man wird aber nicht Evans beipflichten können, wonach die weitaus überwiegende Zahl der Tests ("great majority") zugunsten von RW zu interpretieren ist. Vgl. J.L. Evans, a.a.O., S. 327.

sen Wert geschieht sodann mit Zeitverzögerungen, die unabhängig verteilt sind[1]. Andere Autoren lassen immerhin zu, daß zunächst nicht alle Marktteilnehmer in gleichem Umfang informiert sind. Damit entstünden im Grundsatz Gewinnmöglichkeiten für die Erstinformierten. Jedoch werde dadurch auf die übrigen Anleger ein starker Zwang ausgeübt, sich ebenfalls um frühzeitige Informationen zu bemühen. Danach sei der effiziente Markt wieder hergestellt und kein Raum mehr für systematische Gewinne vorhanden. - Der Vergleich dieser und ähnlicher Preisbildungsmechanismen mit der Realität hat jedoch auch einige der die RW-Hypothese unterstützenden Autoren veranlaßt, von einer allzu strengen Interpretation abzurücken und weitere Zugeständnisse zu machen. VAN HORNE und PARKER fordern nurmehr - ohne weitere Spezifizierung - eine nicht zu große Abhängigkeit der Kursänderungen voneinander. Nach ihrer Meinung lassen die bisherigen Testergebnisse eine Beurteilung zu, wonach RW allenfalls als eine Annäherung an das Verhalten der Aktienkurse gelten darf[2]. Selbst FAMA begnügt sich mit "independence for practical purposes"[3]. An anderer Stelle[4] stellt er fest, daß auf starke Kursausschläge überproportional viele weitere starke Ausschläge folgen. Das aber bedeutet ein gewisses Maß an Abhängigkeit in den Kursverläufen.

Unabhängig von den noch zu erörternden Ergebnissen einiger Auswahlmodelle[5], die nicht als Unter-

---

1 Vgl. E.F. Fama (1965), a.a.O., S. 39.
2 Vgl. J.C. Van Horne, G.G.C. Parker, a.a.O., S. 88.
3 Vgl. E.F. Fama (1965), a.a.O., S. 35.
4 Vgl. E.F. Fama (1965), a.a.O., S. 85 ff.
5 Siehe dazu die Kapitel 4, 6 und 7.

stützung für RW gelten können, ist die Anpassungsgeschwindigkeit der Kurse an neue Nachrichten untersucht worden. Gemäß der Theorie müßten z.B. Dividendenbekanntmachungen, die deutlich nicht den allgemeinen Erwartungen entsprechen und demnach noch nicht in den Kursen eskomptiert sein können, sehr kurzfristig bzw. sofort ihren Niederschlag in Kurskorrekturen finden. Dies wäre die Folge eines effizienten Marktes. JONES und LITZENBERGER[1] prüften die Hypothese, indem Aktien gerade dann gekauft wurden, nachdem bessere als die erwarteten Quartalsdividenden erklärt worden waren. Die Grundgesamtheit war umfangreich genug und der beobachtete Zeitraum lang genug, um eine tragfähige Basis für die gewonnenen Aussagen darzustellen. Die Autoren erreichten mit ihrer Auswahlstrategie eine weit über dem Durchschnitt liegende Rendite. Sie schließen daraus, daß die Umsetzung neuer Nachrichten in die Kurse nicht zeitlos vonstatten geht, sondern im Gegenteil Zeit beansprucht. Somit konnte im vorliegenden Fall der effiziente Markt nicht nachgewiesen werden.

Wie aus Gl. (1) hervorgeht, sind Dividenden ein Bestandteil der Rendite von Aktien, wenngleich oft der kleinere Anteil. Es hieße starke Anforderungen an den Zufall zu stellen, wenn Dividendenausfälle bei manchen Papieren in jedem Fall durch einen äquivalenten Kursanstieg ausgeglichen würden, so daß die Rendite R konstant bleibt. Es ist aber gerade dies notwendig, um Gl.(1) strikt zu erfüllen.

---

[1] Vgl. C.P. Jones, R.H. Litzenberger, Quarterly earnings reports and intermediate stock price trends. JoF 1970/1, S. 143-148.

Wie zu zeigen sein wird, liegt ein wesentlicher Aspekt bei den hochentwickelten unter den Portfolio-Selection-Modellen in der gezielten Diversifizierung unter den ausgewählten Papieren. Grob umrissen werden dabei von den Wertpapieren mit gleichem Erwartungswert der Rendite nur solche in das Depot aufgenommen, die in bezug auf die Kursverläufe möglichst weitgehend voneinander unabhängig sind. (Das Maß für die Unabhängigkeit ist die Kovarianz.) Verändern sich die Kurse einiger Papiere des Depots, dann werden die anderen dem um so weniger folgen, je größer die Unabhängigkeit untereinander ist. Das Ergebnis ist die Stabilisierung der Wahrscheinlichkeit, daß eine bestimmte mittlere Rendite erzielt wird und Ausschläge nach oben und unten eingeschränkt werden. Dieses Vorteils der Diversifizierung geht man verlustig, wenn die Kovarianzen der Kursverläufe nicht beachtet werden und das Depot durch Zufall ausgewählt wird[1].

Bisher wurde noch nicht erörtert, ob die RW-These unter kurz- oder längerfristigen Gesichtspunkten zu betrachten ist. In der Regel enthalten sich die Autoren dabei einer Stellungnahme. GRANGER-MORGENSTERN führen aus, daß das Untersuchungsmaterial ihres Tests durch RW im allgemeinen gut erklärt wird. Dies treffe jedoch nicht bei längerfristigen Bewegungen der untersuchten Kurse zu[2]. In einer weiteren Arbeit[3] weisen die Autoren darauf hin, RW sei als Erklärung spekulativer Preisbewegungen entwickelt worden; langfristige Zyklen

---

[1] Lediglich E.F. Fama (1965), a.a.O., S. 40, zieht in Erwägung, die Wertpapiere in Risikoklassen einzuteilen und daraus die Anteile am Portefeuille zu bestimmen.

[2] Vgl. C.W.J. Granger, O. Morgenstern, Spectral Analysis of New York Stock Market Prices. Kyklos 1963/1, S. 1-27, hier S. 3.

[3] Siehe M.D. Godfrey, C.W.J. Granger, O. Morgenstern, a.a.O., S. 6.

und Trends lägen außerhalb des Geltungsbereichs der These. Da Kursschätzungen in der Praxis oft für eine Periode vorgenommen werden, die nicht kürzer als ein halbes Jahr und kaum länger als ein Jahr ist, lassen die obigen Aussagen die Möglichkeiten für eine Kursprognose wieder in einem günstigeren Licht erscheinen.

Sind erst einmal Abweichungen von der strengen Unabhängigkeitsthese zugelassen, dann wird es schwierig, ihr tolerierbares Ausmaß festzulegen. FAMA hält einen Trend in einer Zeitreihe für mit RW verträglich, allerdings mit einer nicht plausiblen Begründung[1]. SMIDT vertritt gar die Meinung, daß man s y s t e m a t i s c h e Abweichungen von RW erwarten müßte[2]. Gründe dafür sind u.a. die lags in den Reaktionen der Anleger auf neue Nachrichten, die den perfekten Markt kaum entstehen lassen.Werden solche Abweichungen nicht aufgefunden, dann ist dies nicht als Unterstützung für RW, sondern als Beweis einer nicht ausreichenden Testmethode zu werten[3]. Sogar Aufschwünge, die sich über Monate und Jahre über eine gesamte Branche erstrecken, werden als Folge übersteigerter Reaktionen auf neue Nachrichten bzw. aus Spekulationsmotiven als möglich und mit RW vereinbar betrachtet.

Angesichts dieser deutlichen Abkehr von einer zu starren Auslegung der RW-These und besonders un-

---

[1] Sie lautet: Wenn z.B. von zwei in jeder Hinsicht gleichen Unternehmen der Gewinn des ersten jeweils reinvestiert, der Gewinn des zweiten ausgeschüttet wird, muß der Aktienkurs des reinvestierenden Unternehmens steigen. Dieser Kursanstieg stellt jedoch die Rendite des Papiers dar, die genau so hoch ist wie bei dem ausschüttenden Unternehmen. Siehe E.F. Fama (1965), a.a.O., S.37.

[2] Vgl. S. Smidt, A new look at the Random Walk Hypotheses. JoFQA 1968/2, S. 235-261, hier S. 237.

[3] Vgl. S. Smidt, a.a.O., S. 257 f.

ter Berücksichtigung des Aspekts der Fristigkeit wachsen die Chancen, daß sich die Wertpapierkursbildung in längerfristigen Bewegungen darstellt. Damit verbessern sich die Aussichten für den Einsatz von Auswahlmodellen erheblich. Die Erörterung weiterer, aus der Trendhypothese folgender Argumente erübrigt sich deshalb nicht, soll aber auf das Wesentlichste beschränkt werden.

2.2 GRUNDZÜGE DER TRENDHYPOTHESE

Verneinen die Vertreter der RW-These zumindest in kurzfristiger Sicht tendenziell die Möglichkeit, aus den Kursen der Vergangenheit Folgerungen für ihr Verhalten in der Zukunft abzuleiten, so fällt die Antwort der Verfechter der Trendhypothese zu derselben Frage nicht in gleichem Maße ablehnend aus. Nach ihrer Meinung könnte z.B. der nachfolgend skizzierte Prozeß ablaufen[1]:

Eine Gruppe von Investoren entschließt sich zu Käufen an der Börse. Gründe dafür können in einer Häufung von Nachrichten liegen, die zu einer Überprüfung und Änderung früher gefaßter Entschlüsse führt. Damit (aber auch unabhängig davon) mag eine Änderung der grundsätzlichen Einstellung bei der Bewertung der Börsenlage und neuer Informationen einhergehen. (Diesen psychologischen Faktoren wird in der Literatur in zunehmendem Maße Bedeutung beigemessen.) Ist das Gewicht der Gruppe an der Börse

---

[1] Die Ausführungen basieren auf folgender Literatur: D.E. Fischer, R.J. Jordan, Security Analysis and Portfolio Management. Englewood Cliffs 1975; U. Hielscher (1969), a.a.O., S. 81 ff.; H.A. Krow, Stock Market Behavior. New York 1969; H. Levy, M. Sarnat, Investment and Portfolio Analysis. New York u.a. 1972; W. Neuhaus, Zur Planung effizienter Wertpapierportefeuilles. Diss. Köln 1968, S. 50 ff.

ausreichend groß, dann wird ihre Aktivität den Kursen eines Wertes oder mehrerer Werte über mehrere Tage eine positive Richtung geben. Ist die Bewegung erst eingeleitet und ihre Dauer nicht zu kurz bemessen, dann werden andere Marktteilnehmer angelockt, führen den Trend weiter, verstärken ihn eventuell: Ein Aufschwung, vielleicht eine Hausse, kommt in Gang. In breitem Umfang erfüllte Erwartungen fördern die Entwicklung, Gewinne ermöglichen neue, größere Käufe, eventuell auf Kredit. Kleinaktionäre mit geringerer Börsenerfahrung werden von der allgemeinen Euphorie angesteckt und beteiligen sich an den Börsenumsätzen.

Ist ein gewisses Kursniveau erreicht, welches die neueren Informationen mit neuer Bewertung der Papiere reflektiert, dann beginnt beim Publikum die Suche nach zurückgebliebenen Titeln. Dies sind solche, die entweder "vergessen" wurden oder deren Ertragsaussichten schlechter als die der Konkurrenten sind. Sie können dann im Kurs aufholen, wenn das relative Ertragsrisiko bei ihnen nunmehr geringer eingeschätzt wird als bei den schon im Kurs gestiegenen Vorreitern.

Gewinnrealisationen in größerem Umfang zeigen die Endphase des Aufschwungs an. Die Angleichung der Kurse verlangsamt sich, die Bewegungen innerhalb des Kursgefüges verlaufen homogener als bisher.

Dieser Prozeß kann ebenso in der anderen Richtung ablaufen, heftig oder gemäßigt, länger oder kürzer andauernd, mit oder ohne Unterbrechungen. Die Tendenzwende kommt wiederum zustande, indem eine Überprüfung der Börsenlage an Hand neuerer Daten und/oder die Änderung der grundsätzlichen Einstellung zu entsprechenden Aktionen am Markt führt.

SIEBERT gelangt zu einer Erklärung, wonach die vom Konjunkturverlauf abhängigen Gewinne der Aktiengesellschaften einen zyklischen Verlauf der Aktienkurse implizieren[1]. Damit würde das Kursprognoseproblem auf eine andere Ebene verlagert, nämlich auf die Schätzung der Ertragsentwicklung der durch das entsprechende Wertpapier repräsentierten Unternehmung. SCHULZ arbeitet einige weitere Aspekte heraus, die die Unvollkommenheiten des Aktienmarktes darlegen sollen und der RW-These eine wesentliche Grundlage entziehen würden, nämlich den vollkommenen Markt[2]. Auch von ihm wird auf den unregelmäßigen Informationsfluß hingewiesen, der den Beginn, die Verstärkung und das Ende von Kursbewegungen bewirken kann.

Die Trendhypothese sagt demnach aus, daß sich die Kursentwicklung in mehr oder weniger langfristigen Bewegungen niederschlägt, die in nicht wenigen Fällen den Charakter von Zyklen annehmen. Nach HIELSCHER "weisen die empirischen Erfahrungsdaten darauf hin, daß die längerfristige Kursentwicklung am Aktienmarkt, der allgemeine Kurstrend über ein oder mehrere Jahre, mit Hilfe von ökonomischen Daten begründet werden kann, wenn man die kurzfristigen Abweichungen dem Zufall zuschreibt"[3].

Folgt man der Trendhypothese, dann versprechen Versuche einer Kursschätzung generell mehr Erfolg als bei Gültigkeit der RW-These.

---

[1] Vgl. G. Siebert, Aspekte der Gewinnentwicklung, in: G. Siebert (Hrsg.): Beiträge zur Aktienanalyse. Frankfurt 1972.

[2] Vgl. H.-D. Schulz, Analyse zyklischer Aktien-Kursbewegungen, in: G. Siebert (Hrsg.), a.a.O., S. 120 - 153.

[3] Vgl. U. Hielscher (1969), a.a.O., S. 77.

2.3 ERGEBNIS

Wie häufig im sozialwissenschaftlichen Bereich, können auch die in Rede stehenden Thesen nicht als schlüssig widerlegt bzw. als für alle Fälle zutreffend erkannt werden. Es wird anerkannt, daß manche Tests der RW-These fundiert sind und ihre Ergebnisse beachtet werden müssen. Jedoch gilt dies insbesondere für die kurzfristige Betrachtung, offenbar aber nicht mehr so stark für die hier interessierende mittelfristige Sicht. Darüber hinaus läßt RW eine Kursprognose nur dann als sinnlos erscheinen, wenn man allein die Kurse der Vergangenheit zugrunde legt[1]. Nur für univariable Prognosemodelle werden die Erfolgsaussichten negativ beurteilt. Jedoch können in die Prognosen auch Werte wie zukünftige Dividende, Auftragslage, Marktanteil usw. eingehen. Auf diese Daten (teilweise in Form von Schätzungen) erstreckt sich die RW-These aber nicht.

Allein aus der Tatsache, daß die Gültigkeit der RW-These schon für die mittelfristige Sicht keinesfalls gesichert ist, ergeben sich positive Aspekte für eine Wertpapierkursprognose. Sollte gar die Trendhypothese die realen Gegebenheiten des Aktienmarktes richtig beschreiben, dann ist es um so mehr berechtigt, Möglichkeiten zur Nutzung dieser Kursschwankungen zu erkunden. Unter diesen Umständen wird die Zielsetzung dieser Arbeit, die Darstellung und Analyse ausgewählter Portfolio-Selection-Modelle, als sinnvoll und zweckmäßig betrachtet.

---

[1] Siehe dazu C.W.J. Granger, O. Morgenstern (1970), a.a.O., S. 83 ff.

3. ZUM ZUSAMMENHANG ZWISCHEN DER RENDITE, DEM RISIKO UND DEM NUTZEN EINER INVESTITION

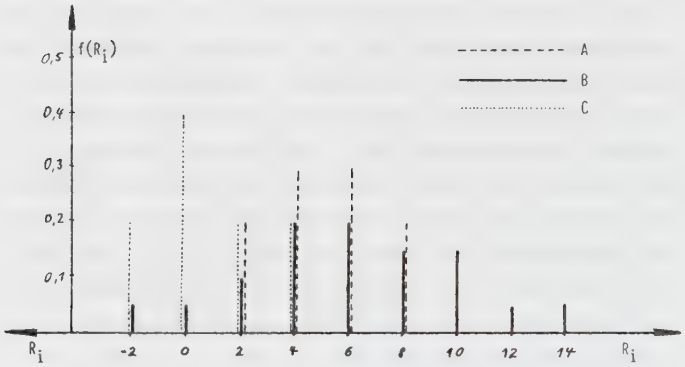
Unabhängig von seiner speziellen Zielsetzung stellt sich jedem Investor bei begrenztem Budget grundsätzlich das Problem, welche Objekte er aus der Vielzahl der vorhandenen auswählen soll. Für den Börsenanleger bedeutet dies die Frage, welche Papiere zu kaufen sind. Als Entscheidungsregel wurde bis vor nicht langer Zeit oft die Maximierung der mathematischen Erwartung der Rendite der Papiere angeboten. Der Anleger mochte sich z.B. folgende Erwartungen der Rendite R für drei Wertpapiere A, B, C in der nächsten Periode gebildet haben:

Tabelle 3 - Willkürliche Renditeverteilungen von drei Wertpapieren

Wahrscheinlichkeit w			R_i in %
A	B	C	
0	0,05	0,2	- 2
0	0,05	0,4	0
0,2	0,1	0,2	2
0,3	0,2	0,2	4
0,3	0,2	0	6
0,2	0,15	0	8
0	0,15	0	10
0	0,05	0	12
0	0,05	0	14
1	1	1	

Die grafische Darstellung vermittelt einen plastischeren Eindruck als die Tabelle:

Abbildung 2 - Willkürliche Renditeverteilungen von drei Wertpapieren



Für die mathematische Erwartung E (R) ergibt sich

$$(7) \quad E(R) = \sum_i R_i w_i \qquad (i = 1,2,\ldots,N)$$

Dieser Regel folgend hätte der gesamte zur Verfügung stehende Betrag in das Papier B investiert werden müssen.

Die in Rede stehende Entscheidungsregel setzt jedoch Risikoneutralität des Anlegers voraus. Diese Prämisse erscheint auf Grund der vorliegenden theoretischen und empirischen Erkenntnisse in vielen Fällen nicht erfüllt[1].

Damit bestehen zumindest starke Zweifel, ob die Maximierung der mathematischen Gewinnerwartung im vorliegenden Fall ein adäquates Kriterium darstellt.

---

[1] Siehe im einzelnen die folgenden Seiten.

Als Maß für das Risiko wird oft die Varianz V angegeben. Sie ist ein Maß für die Abweichungen der Realisationen der Zufallsvariablen R von ihrem Erwartungswert E(R)

$$(8)\quad V(R) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left[R_i - E(R)\right]^2$$

Danach errechnen sich für die Wertpapiere des Beispiels:

	A	B	C
E(R) in %	5	6,1	0,8
V(R)	4,75	~26	5

Die Rechnung bestätigt den Eindruck, den man bereits bei der Betrachtung der Abb. 2 gewinnt: B verspricht den größten Ertrag unter den drei angeführten Wertpapieren. Es besteht die Möglichkeit, eine Rendite von 14 % zu erzielen, wenngleich die Chance nicht sehr groß ist. Andererseits könnte die Rendite Null % erreichen oder gar negativ werden. Dem Vorteil eines hohen Erwartungswertes der Rendite steht als Nachteil die große Varianz gegenüber. C zeichnet sich dadurch aus, daß die Varianz größer, die erwartete Rendite kleiner ist als bei A. C wird mithin von A dominiert. Ein rational handelnder Anleger wird das Wertpapier C nicht länger als Alternative betrachten. Für die Entscheidung zwischen A und B könnte eine der folgenden Regeln herangezogen werden: "Wähle das Wertpapier aus, das bei gleichem Erwartungswert das geringste Risiko aufweist ", oder: "Wähle das Wertpapier aus, das bei gleichem Risiko den höchsten Erwartungswert aufweist". Im vorliegenden Fall kann nach diesen Regeln ein Entscheid jedoch nicht getroffen werden, weil keines der beiden Papiere das andere dominiert. A und B bilden in einem E-V-Diagramm Punkte in einer Linie von nicht dominierten Papieren, die aus der Sicht des Anlegers

zunächst gleich interessant sind[1]. Grafisch läßt sich diese Indifferenzkurve wie folgt darstellen (Abbildung 3):

Abbildung 3 - Zusammenhang zwischen erwarteter Rendite eines einzelnen Wertpapiers und dem damit verbundenen Risiko

Die Krümmung der Kurve in der dargestellten Form wird durch folgende Überlegungen gerechtfertigt[2]:

Bei einer freiwilligen Versicherung steht jeder potentielle Versicherungsnehmer folgender Situation gegenüber

- bei Versicherungsabschluß entsteht ein sicherer Verlust in Höhe der Versicherungsprämie, oder
- bei Nicht-Versicherungsabschluß sind zwei Möglichkeiten offen: große Chance keines Verlustes (wenn kein Schaden eintritt) und kleine Chance eines großen Verlustes, wenn ein Schaden eintritt.

---

[1] In diesem Stadium der Erörterungen wird die Diversifikation noch nicht betrachtet.

[2] In Anlehnung an H. Schneeweiß, Entscheidungskriterien bei Risiko. Berlin, Heidelberg, New York 1967, S. 42 ff., S. 53.

Beträgt der Wert des zu versichernden Objekts 1 000 und die Verlustchance 1 %o, dann wird die Situation konkretisiert:

- sicherer Verlust in Höhe der Prämienzahlung = 1
- mit w = 0,999 kein Verlust und mit w = 0,001 ein Verlust von 1 000.

Da bei den Versicherungsgesellschaften Kosten entstehen, müssen die Ersatzleistungen statistisch unter den Einnahmen = Prämien liegen. Die im Beispiel dem Risiko äquivalente Prämie wird sich demnach um einen bestimmten Kostenzuschlag erhöhen, angenommen auf 1,3. Damit erhält man folgendes Ergebnis: Die Verlustgefahr in Höhe von 1 %o belastet den potentiellen Versicherungsnehmer mit kalkulatorischen Kosten[1] von 1 und beläßt ihm das geringe Risiko des vollständigen Verlustes. Dieses Risiko kann er eintauschen gegen eine Prämienzahlung (Sicherheitsäquivalent), die allerdings größer ist als die statistische Wahrscheinlichkeit seiner Schadenhöhe. Mit anderen Worten: Der sichere Verlust in Form der Prämie ist größer als der Erwartungswert der Schadenhöhe. Schließt unter den genannten Bedingungen dennoch jemand eine Versicherung ab, dann wird ein solches Verhalten als Risikoaversion bezeichnet.

Allgemein ist Risikoaversion dann gegeben, wenn das Sicherheitsäquivalent kleiner ist als die mathematische Erwartung der zugrunde liegenden Wahrscheinlichkeitsverteilung (im Beispiel: $-1{,}3 < -1$). Risikosympathie und -neutralität lassen sich analog definieren.

---

[1] Z.B. bei Selbstversicherung.

In einem empirisch gesicherten Beispiel stellte ALLAIS[1] Versuchspersonen anheim, von zwei Möglichkeiten eine auszuwählen:

- 1 Mill. Franc sichere Einnahme
- 5 Mill. Franc Einnahme mit w = 0,10
  1 Mill. Franc Einnahme mit w = 0,89
  Null Franc Einnahme mit w = 0,01

Die Versuchspersonen entschieden sich für die sichere Einnahme. Wiederum liegt Risikoaversion vor, denn das Sicherheitsäquivalent (1 Mill. Franc) ist kleiner als der Erwartungswert der Wahrscheinlichkeitsverteilung (1,39 Mill. Franc). Wenngleich die Chance, weniger als das Sicherheitsäquivalent zu erhalten, nur 1 % betrug, wurde dennoch der sichere Betrag vorgezogen[2].

---

[1] Zitiert nach H.M. Markowitz, Portfolio Selection-Efficient Diversification of Investments. Monograph 16 der Cowles Foundation, 2nd. ed. New Haven and London 1970.

[2] Allerdings müßte erörtert werden, ob die Fragestellung die Antwort nicht in starkem Maß impliziert. Für weite Teile der Bevölkerung liegt zwischen 1 Mill. Franc und 5 Mill. Franc sicherlich gar kein großer Unterschied vor. Beide Beträge liegen außerhalb der ihnen geläufigen Größenordnungen, und schon mit Hilfe von 1 Mill. Franc lassen sich nahezu genau so viel Wünsche erfüllen wie mit dem fünffachen Betrag. Dann ist es nur vernünftig, den sicheren dem - wenn auch nur um ein weniges - unsicheren Betrag vorzuziehen. Möglicherweise wäre das Ergebnis umgekehrt ausgefallen, wenn dieselbe Umfrage unter Milliardären (als dem Inbegriff reicher Mitbürger) abgehalten worden wäre; der zusätzliche Besitz von e i n e r Mill. Franc würde eventuell nicht so hoch eingeschätzt wie die Chance, deren fünf zu bekommen. In derselben Weise ließe sich argumentieren, wenn die in Aussicht gestellten Beträge nicht auf Millionen, sondern auf Hundert oder noch weniger Franc lauten; in diesem Fall müßte der sample wiederum aus dem Bevölkerungsdurchschnitt bestimmt werden. Weitere Faktoren, die den individuellen Charakter des Nutzens hervorheben, siehe bei E. Streißler, Abschnitt I der Einleitung zu: E. und M. Streißler (Hrsg.): Konsum und Nachfrage, Köln-Berlin 1966.

Einen ähnlichen Versuch, näheren Aufschluß über das allgemeine Risikoverhalten zu gewinnen, unternahmen GORDON, PARADIS und RORKE[1]. Die Autoren statteten eine Reihe von Versuchspersonen mit namhaften Geldbeträgen aus, von denen ein bestimmter Teil je Periode investiert werden mußte. Die Spannweite der zur Verfügung stehenden Investitionsobjekte war sehr groß und reichte von nahezu risikolos bis zu einer mit hohem Risiko und großen Gewinnmöglichkeiten ausgestatteten Alternative, die fast die Form einer Lotterie hatte. Das Ergebnis dieses Tests war eindeutig: Solange der Wohlstand es eben zuließ, engagierten sich die Testpersonen in risikoarmen und renditeschwachen Investitionsobjekten; sie zeigten also Risikoaversion. Dies änderte sich erst, als der Wohlstand auf Grund einiger wenig glücklich verlaufener Investitionen in den Vorperioden soweit gesunken war, daß die Entgegennahme von Wohlfahrtsunterstützung ins Auge gefaßt werden mußte. Nun erwiesen sich die betroffenen Spieler als risikofreudig, indem sie zum Teil in die lotterieähnliche Alternative investierten.

Theoretische Überlegungen und empirische Befunde stützen nach alldem die Annahme, daß eine Vielzahl von Wirtschaftssubjekten Risikoaversion an den Tag legt. Dies besagt, daß für die Kompensierung einer zusätzlichen Einheit Risiko eine überproportionale Erhöhung der Rendite verlangt wird, woraus der konvexe Verlauf der Kurve in Abbildung 3 folgt[2].

Nachdem somit das Risiko in die Betrachtung eingeführt ist, bedarf es noch einiger Überlegungen in Bezug auf die Rendite. Sie hat eine Modifizie-

---

[1] Vgl. M.J. Gordon, G.E. Paradis, C.H. Rorke, Experimental evidence on alternative Portfolio decision rules. AER 1972/1, S. 107-118.

[2] Siehe dazu auch M.C. Jensen (1969), a.a.O.,S. 171 ff.

rung der folgenden Art erfahren: Gewinn, auch in realen Gütern, dient letztlich immer als Mittler zur Befriedigung der Bedürfnisse des Gewinnempfängers. Der Besitz von Geld an sich ist nicht erstrebenswert, vielmehr ist es erst der Nutzen, der aus dem Besitz des Geldes gezogen werden kann. Deshalb ist es nur folgerichtig, nicht mehr den erwarteten Gewinn zu maximieren, sondern direkt den Nutzen U:

$$E(U(X)) \longrightarrow \text{Max.}$$

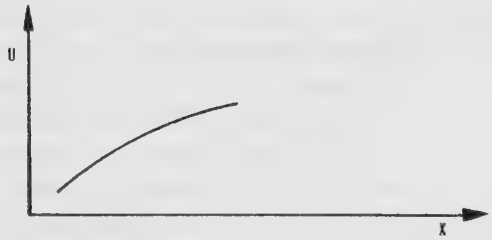
X umfaßt sämtliche Besitztümer eines Individuums, aus denen Nutzen erwachsen kann. Da der Nutzen als Maß für die Erreichung aller denkbaren Ziele eines Individuums herangezogen werden kann, wird in der Theorie des rationalen Handelns heute vorwiegend auf die Maximierung des erwarteten Nutzens abgestellt[1]. Die F o r m der Nutzenkurve ist in der Literatur jedoch noch nicht ausdiskutiert. Eine erste Überlegung zu ihrem Verlauf in Abhängigkeit von den Besitztümern führt zu dem Ergebnis, daß es offenbar eine obere Grenze des Nutzens gibt; er kann nicht unendlich werden, welchen Umfang die assets auch immer annehmen mögen. Damit scheiden jenseits eines bestimmten Nutzenniveaus ein exponentieller und auch ein linearer Anstieg der Nutzenkurve aus. Ein degressiver Verlauf erscheint dagegen plausibler als sämtliche Alternativen[2].

---

[1] Vgl. Art. Nutzen (W. Weber, E. Streißler). HDSW Bd. 8, Stuttgart-Tübingen-Göttingen 1964, S. 1-19, hier S. 4.

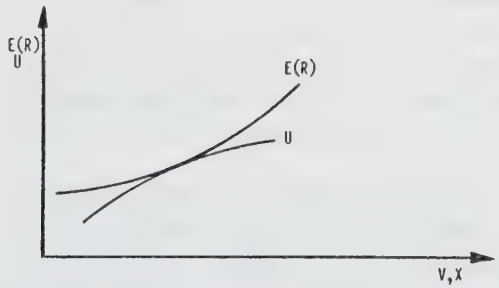
[2] Siehe W.F. Sharpe, Portfolio Theory and Capital Markets. New York u.a. 1970, S. 195.

Abbildung 4 - Nutzenkurve in Abhängigkeit von den Besitztümern



Zeichnet man die Nutzenfunktion der Abbildung 4 in die Abbildung 3 ein, so erhält man Abbildung 5.

Abbildung 5 - Zusammenwirken einer Nutzen- mit einer Indifferenzkurve



Der Berührungspunkt der Nutzenkurve mit der Linie nicht dominierter Wertpapiere bezeichnet das für den betreffenden Anleger optimale Wertpapier. Auf Grund seiner persönlichen Präferenzen kann er also das ihm zusagende Wertpapier aus der Vielzahl der vorhandenen auswählen. Damit ist der maßgebende Einfluß der Nutzenvorstellungen des Anlegers auf die Entscheidung zwischen mehreren konkurrierenden Wertpapieren herausgearbeitet[1].

---

[1] Im Falle des Depots wird das abgeleitete Ergebnis keine grundsätzliche Änderung erfahren.

II. HAUPTTEIL: DER GRUNDLEGENDE ANSATZ VON MARKOWITZ UND DARAUS RESULTIERENDE ANWENDUNGSPROBLEME

4. MARKOWITZ' BESTIMMUNG DES OPTIMALEN WERTPAPIERDEPOTS

In diesem Kapitel werden die Grundlagen und Ableitungen des ersten Modells erörtert, das auf analytischem Wege die Auswahl eines optimalen Portefeuilles im Hinblick auf die Rendite und das damit verbundene Risiko vornimmt. Die Darstellung beschränkt sich auf die wesentlichen, zum Verständnis notwendigen Modellbestandteile, da nur diese für Vergleiche mit anderen Modellen notwendig sind und der Ansatz von anderen Autoren ausführlich beschrieben wurde[1].

4.1 DER ZUSAMMENHANG ZWISCHEN RENDITE UND RISIKO IM PORTEFEUILLE

Der Zusammenhang zwischen dem Erwartungswert der Rendite und der Varianz eines Wertpapiers wurde bereits erörtert.[2]. Da ein Anleger jedoch nicht selten in mehrere Werte investiert, muß dieser Zusammenhang auch für den Fall des Portefeuilles untersucht werden.

---

[1] Neben H.M. Markowitz (1970), a.a.O., von W.F. Sharpe (1970), a.a.O.; deutschsprachige Arbeiten zu diesem Thema stammen u.a. von H.E. Büschgen, Zum Problem der Planung von Wertpapierbeständen, insbesondere durch Kreditinstitute und Investmentgesellschaften. Kredit und Kapital 1969/1, S. 1 - 59; U. Hielscher (1969), a.a.O.; H. Müller, "Portfolio Selection" als Entscheidungsmodell deutscher Investmentgesellschaften. Diss. Wiesbaden 1970; M. Wilde, Depotplanungsmodelle. Diss. Wien 1972.

[2] Siehe in Kapitel 3.

Bereits im Rahmen der vorhergehenden Nutzendiskussion zeigte sich, daß man in der Realität vielfachen und vielgestaltigen Bemühungen begegnet, das Risiko des Gelingens von Aktivitäten schlechthin zu vermeiden oder mindestens zu verringern. Dabei müssen die Aktivitäten nicht notwendig auf ökonomische Ziele gerichtet sein, wie zwei der folgenden Beispiele zeigen.

- Die Bildung einer Koalition (z.B. einer Regierung) führt über den Weg des Interessenausgleichs der Beteiligten dazu, daß bei der Verfolgung der Ziele dieser Koalition tendenziell ein nicht zu extremer Kurs gesteuert wird. Wäre die Regierung nur von einer Person oder von einer homogenen Gruppe gebildet, dann würden die Ausschläge stärker sein, als wenn man die Ansichten der Partner berücksichtigen muß. Der Preis für die Einhaltung des tendenziell mittleren Weges besteht darin, daß eventuell gute Chancen nicht wahrgenommen werden.

- Ein Spaziergänger trägt einen Regenschirm mit sich, um das Risiko zu verringern, bei einem eventuellen Regenfall durchnäßt zu werden. Der Preis für diese Absicherung besteht darin, daß er den Schirm tragen und damit eine gewisse Beeinträchtigung der Bewegungsfreiheit hinnehmen muß.

- Ein Unternehmen steht vor der Entscheidung, seinen Bedarf an Vorprodukten und Einsatzstoffen zu decken. Wird die Nachfrage auf e i n e n Lieferanten konzentriert, dann kann der Auftraggeber unter Hinweis auf die große Menge versuchen, beim Auftragnehmer Preiszugeständnisse zu erlangen. Ist der Alleinlieferant aber einmal gehindert, seinen Verpflichtungen nachzukommen, dann muß die Produktion beim Auftraggeber unterbrochen

werden. Verteilt man die Bestellungen hingegen auf mehrere Anbieter, dann entfällt das Argument der großen Menge, und die Preise mögen, verglichen mit der Alternative, ein wenig höher sein. Dafür steigt jedoch die Wahrscheinlichkeit der störungsfreien Anlieferung.

Das in diesen Beispielen bewußt oder unbewußt verwendete Instrument zur Risikominderung ist die Diversifikation. Sie beruht auf der Überlegung und Erfahrung, daß ein Bündel von unabhängig voneinander ergriffenen Maßnahmen nur unwahrscheinlich zur Gänze ein sehr ungünstiges oder sehr günstiges Ergebnis zeitigen wird. Mit anderen Worten: Die Wahrscheinlichkeit der Erzielung extremer Resultate sinkt; notwendigerweise steigt dann die Wahrscheinlichkeit eines durchschnittlichen Ergebnisses.

Im Hinblick auf die Entwicklung von Wertpapierkursen lassen sich folgende grundsätzliche Bewegungsabläufe unterscheiden[1]:

- Sämtliche Kurse bewegen sich vollkommen synchron, d.h., sie fallen oder steigen um den gleichen Prozentsatz[2]. Für den Anleger stellt sich dies so dar, als wenn nur e i n Wertpapier vorhanden sei. Damit ist eine Diversifizierung zwar möglich, aber zwecklos. Das Risiko läßt sich nicht beschränken, Gewinn- wie auch Verlustchancen sind unbegrenzt.

---

[1] Entnommen bei J. Lintner, Security prices, risk and diversification. JoF 1965/4, S. 585 - 615, hier S. 608 f. - Dividenden als ein Bestandteil der Erträge aus Wertpapieren werden zunächst vernachlässigt.

[2] Die Ausgangskurse dürfen somit unterschiedlich hoch sein.

- Die Kurse der Papiere verlaufen genau gegenläufig zueinander, d.h., die Hälfte der Werte steigt im Kurs, die andere Hälfte sinkt in demselben relativen Ausmaß. Gelingt es, die Anlagesumme zur Hälfte auf steigende und fallende Papiere zu verteilen[1], dann ist das Risiko von Kursverlusten völlig eliminiert. Damit geht einher, daß Gewinne nicht erzielt werden können.

- In der Realität bewegen sich die Kurse weder genau nach dem ersten, noch nach dem zweiten Schema. Nach HIELSCHER's Untersuchungen verlaufen die Kurse in einem teilweise hohen Maß gleichgerichtet, zu einem geringen Anteil unabhängig voneinander[2]. Aus den Implikationen der vorausgegangenen Erörterungen folgt, daß sich das Risiko in diesem Falle begrenzen läßt - wenngleich nicht auf Null; Gewinn- und Verlustchancen sind vorhanden - wenngleich nicht unendlich groß.

BÜSCHGEN hat Wesen und Ziel der Wertpapierdiversifizierung wie folgt zusammengefaßt: Es handelt sich um die Verteilung eines gegebenen Anlagebetrages auf mehrere Titel, woraus eine Verringerung der Risiken u n d Chancen des Depots erwächst; Renditeausschläge nach oben und unten werden weniger wahrscheinlich[3].

Damit ist der Kern des Problems sichtbar: Die Quantifizierung der Beziehungen von Rendite und Risiko in einem Portefeuille, dessen Bestandteile sich teils abhängig, teils unabhängig voneinander

---

[1] Dies ist dann gewährleistet, wenn sämtliche vorhandenen Papiere zu gleichen Anteilen gekauft werden.

[2] Vgl. U. Hielscher, Optimale Depotzusammenstellung. Der Volkswirt 1966/44, S. 2163-2166.

[3] Vgl. H.E. Büschgen (1969), a.a.O., S. 6.

ander entwickeln. Die folgenden Ableitungen werden insbesondere deutlich machen, daß sich zwar die Rendite, nicht aber das Risiko eines Depots additiv aus den einzelnen Papieren zusammensetzt.

Es gelten folgende Definitionen:

N = Anzahl der Papiere im Depot

e_i = Ertrag des i-ten Papiers ($i=1,2,\ldots,N$)

$E(e_i)$ = Erwartungswert für den Ertrag des i-ten Papiers

$V(e_i)$ = Varianz des Ertrages des i-ten Papiers

g = Durchschnittsertrag pro Depot-Papier mit

$$g = \frac{\sum e_i}{N} \longrightarrow g = \frac{S}{N} \quad \text{mit } S = \sum e_i$$

$E(S)$ = Erwartungswert für den Gesamtertrag des Depots

$E(w)$ = Erwartungswert für den Durchschnittsertrag pro Depot-Papier

$V(S)$ = Varianz des Gesamtertrages des Depots

$V(w)$ = Varianz des Durchschnittsertrages pro Depot-Papier

$Cov(e_i,e_j)$ = Kovarianz der Erträge $e_i,e_j (i,j=1,2,\ldots,N)$

$$\overline{Cov(e_i,e_j)} = \frac{\sum_{i>j} Cov(e_i,e_j)}{\frac{(N-1) \cdot N}{2}}$$ = durchschnittliche Kovarianz aller Papiere des Depots

4.11 UNABHÄNGIGKEIT DER EINZELRENDITEN

1. Fall: Für die Erträge e_i werden gleiche Erwartungswerte und gleiche Varianzen unterstellt:

a) (9) $E(e_i) = E(e)$ für alle $i = 1,2,\ldots,N$

d.h., die Erwartungswerte der Erträge sämtlicher zur Verfügung stehender Papiere sind gleich.

b) (9a) $V(e_i) = V(e)$ für alle $i = 1,2,\ldots,N$

d.h., die Varianzen der Erträge sämtlicher zur Verfügung stehender Papiere sind gleich.

Daraus folgt[1]:

(10) $$E(S) = E(e_1 + e_2 + \ldots + e_N)$$
$$= E(e_1) + E(e_2) + \ldots + E(e_N) = N \cdot E(e)$$

(11) $$E(g) = E(\frac{S}{N}) = \frac{1}{N} E(S) = \frac{1}{N} N \cdot E(e) = E(e)$$

d.h., bei gleichem Erwartungswert E(e) für sämtliche Papiere ist auch der Erwartungswert für den Durchschnittsertrag jedes im Depot enthaltenen Papiers trivialerweise gleich E(e).

Für die Varianz gilt analog: Die Varianz einer Summe von unabhängigen Zufallsvariablen ist gleich der Summe der Varianzen der Zufallsvariablen[2]:

(12) $$V(S) = V(e_1 + e_2 + \ldots + e_N)$$
$$= V(e_1) + V(e_2) + \ldots + V(e_N) = N \cdot V(e)$$

(13) $$V(g) = V(\frac{S}{N}) = \frac{1}{N^2} \cdot V(S) = \frac{1}{N^2} \cdot N \cdot V(e) = \frac{1}{N} V(e)$$

---

[1] Vgl. dazu H.M. Markowitz (1970), a.a.O., S. 104 f.

[2] Vgl. dazu E. Kreyszig, Statistische Methoden und ihre Anwendungen. 4. durchges. Aufl. Göttingen 1974, S. 155.

d.h., bei gleichen Erwartungswerten E(e) und gleichen Varianzen V(e) für sämtliche Papiere sinkt die Varianz des Durchschnittsertrages jedes im Depot enthaltenen Papiers mit steigender Anzahl von Papieren im Depot.

2. Fall: Für die Erträge e_i werden ungleiche Erwartungswerte und ungleiche Varianzen unterstellt:

a) (14) $E(e_i) \neq E(e_j)$ für $i,j = 1,2,\ldots,N$ und $i \neq j$

d.h., die einzelnen Papiere besitzen hinsichtlich ihrer Erträge unterschiedliche Erwartungswerte.

b) (15) $V(e_i) \neq V(e_j)$ für $i,j = 1,2,\ldots,N$ und $i \neq j$

d.h., die einzelnen Papiere besitzen hinsichtlich ihrer Erträge unterschiedliche Varianzen.

Daraus folgt:

(16) $$E(S) = E(e_1 + e_2 + \ldots + e_N)$$
$$= E(e_1) + E(e_2) + \ldots + E(e_N) = \sum_i E(e_i)$$

(17) $$E(g) = E(\frac{S}{N}) = \frac{1}{N} E(S) = \frac{1}{N} \sum_i E(e_i)$$

d.h., der Erwartungswert für den Durchschnittsertrag pro Depot-Papier ist das arithmetische Mittel aus den Erwartungswerten der einzelnen Papiere.

(18) $$V(S) = V(e_1 + e_2 + \ldots + e_N)$$
$$= V(e_1) + V(e_2) + \ldots + V(e_N)$$
$$= \sum_i V(e_i)$$

$$(19)\quad V(g) = V\left(\frac{S}{N}\right) = \frac{1}{N^2}\, V(S) = \frac{1}{N^2} \sum_i V(e_i)$$

d.h., die Varianz des Durchschnittsertrags je Depot-Papier ergibt sich aus der Summe der Einzelvarianzen, dividiert durch die quadrierte Anzahl der Papiere und nähert sich für großes N dem Wert Null[1].

4.12 ABHÄNGIGKEIT DER EINZELRENDITEN

1. Fall: Für die Erträge e_i werden gleiche Erwartungswerte und gleiche Varianzen unterstellt.

In bezug auf den Depot-Ertrag gelten Gl. (10) und (11) samt der Interpretation.

Das Risiko bemißt sich jedoch wie folgt: Die Varianz einer Summe von Zufallsvariablen ist gleich der Summe der Varianzen dieser Variablen zuzüglich 2mal der Summe der Kovarianzen[2]:

$$(20)\quad V(S) = V(e_1 + e_2 + \ldots + e_N)$$

$$= \sum_i V(e_i) + 2\sum_{i>j} Cov(e_i, e_j)$$

$$(20a)\quad = N \cdot V(e) + 2\sum_{i>j} Cov(e_i, e_j)$$

$$(21)\quad V(g) = V\left(\frac{S}{N}\right) = \frac{1}{N^2} \cdot V(S)$$

$$= \frac{V(e)}{N} + \frac{2}{N^2} \sum_{i>j} Cov(e_i, e_j)$$

---

[1] Dies gilt in allen Fällen, in denen die Varianz der Einzelpapiere in einem allerdings weiten Ausmaß nach oben begrenzt ist. In anderen Fällen ist es möglich, daß V(g) Null nicht erreicht oder bei wachsendem N sogar selbst wächst. Siehe dazu die Beispiele bei H.M. Markowitz (1970), a.a.O., S. 108 f.

[2] Vgl. H. Reichardt, Statistische Methodenlehre für Wirtschaftswissenschaftler. 4. überarb. Aufl. Bielefeld 1973, S. 180.

Da die Summe der Kovarianzen gleich ist der Anzahl der Kovarianzen multipliziert mit der durchschnittlichen Kovarianz, kann Gl. (21) auch wie folgt geschrieben werden:

$$(22)\quad V(g) = \frac{V(e)}{N} + \frac{2}{N^2} \cdot \frac{(N-1)N}{2} \overline{Cov(e_i,e_j)}$$

$$= \frac{V(e)}{N} + \frac{N-1}{N} \overline{Cov(e_i,e_j)}$$

d.h., die Varianz des Durchschnittsertrags je Depot-Papier hängt bei zunehmender Anzahl von Papieren im Depot nur von der durchschnittlichen Kovarianz $\overline{Cov(e_i,e_j)}$ ab.

2. Fall: Für die Erträge e_i werden ungleiche Erwartungswerte und ungleiche Varianzen unterstellt.

In bezug auf den Depot-Ertrag gelten die Gl. (16) und (17) samt der Interpretation.

Für die Varianz V ergibt sich

$$(23)\quad V(S) = V(e_1 + e_2 + \ldots + e_N)$$

$$= \sum_i V(e_i) + 2\sum_{i>j} Cov(e_i,e_j)$$

$$(24)\quad V(g) = V(\frac{S}{N}) = \frac{1}{N^2} V(S)$$

$$= \frac{1}{N^2} \sum_i V(e_i) + \frac{2}{N^2} \sum_{i>j} Cov(e_i,e_j)$$

$$= \frac{1}{N^2} \sum_i V(e_i) + \frac{2}{N^2} \frac{(N-1)N}{2} \overline{Cov(e_i,e_j)}$$

$$(24a)\quad = \frac{1}{N^2} \sum_i V(e_i) + \frac{N-1}{N} \overline{Cov(e_i,e_j)}$$

Aus Gl. (24a) sind die für die Zusammenstellung eines Depots wichtigen Schlüsse zu ziehen: Bei wachsender Zahl von Wertpapieren im Depot strebt

der erste Summand auf der rechten Seite der Gleichung gegen Null: der Anteil der Varianz an der Gesamtstreuung des Portefeuilles sinkt, und zwar überproportional. Weiterhin strebt der erste Faktor im zweiten Summanden schnell gegen 1. Damit bleibt als einziges und entscheidendes Element die durchschnittliche Kovarianz übrig. Die Strategie des Anlegers ist damit eindeutig festgelegt: Zur Risikobegrenzung sind Wertpapiere mit einer geringen Kovarianz erstrebenswert und notwendig; vor allem auf sie muß er sein Augenmerk richten[1]. "Effective diversification is only achieved if the portfolio is composed of securities that do not fluctuate in a similar fashion, so that the variability of the portfolio's rate of return becomes significantly less than the variability of the individual components of the portfolio"[2]. Demgegenüber fällt die Varianz der Einzelpapiere kaum ins Gewicht. Insgesamt kann die Gesamtstreuung eines Depots nicht unter die Summe der Kova-

---

[1] Siehe H.M. Markowitz (1970), a.a.O., S. 114.

[2] Vgl. J.B. Cohen, E.D. Zinbarg, A. Zeikel, Investment Analysis and Portfolio Management. Rev. ed. Homewood (Ill.) 1973, S. 738.

rianzen fallen[1,2,3].

4.2 DAS FORMALE MODELL

- Die Varianz einer Summe von 2 ungewichteten Zufallsvariablen r_1 und r_2 beträgt

$$(25) \quad V(r_1+r_2) = V(r_1) + V(r_2) + 2Cov(r_1,r_2)$$

Im Portefeuille stellen die Renditen je Wertpapier die Zufallsvariablen dar. Die Anteile x_i ($i = 1,2,\ldots,N$) der in das Portefeuille aufzunehmenden Papiere werden als Gewichte benutzt, die den Renditen zuzuordnen sind. Analog zum ungewichteten Fall beträgt die Varianz für 2 gewichtete Zufallsvariable[4]

$$(26) \quad V(x_1r_1+x_2r_2) = V(x_1r_1) + V(x_2r_2) + 2Cov(x_1r_1,x_2r_2)$$

---

1 Es muß jedoch noch einmal hervorgehoben werden, daß die Ergebnisse stochastisch sind, da die Eingangsdaten aus Wahrscheinlichkeitsverteilungen bestehen. Insbesondere bei einer Massierung unzureichender Renditeschätzungen können reales und geschätztes Ergebnis trotz Beachtung der Auswahlregel weit auseinanderfallen. In Konsequenz bedeutet dies, daß auch durch Anwendung des Auswahlmodells die Kapitalverlustgefahr nicht ausgeschlossen werden kann.

2 Whitmore befaßt sich mit einer speziellen Portefeuillezusammensetzung und leitet eine der Gl. (24a) ähnliche Formel ab; Samuelson dagegen weist für den allgemeinen Fall nach, daß sich die Diversifikation positiv auswirkt. G.A. Whitmore, Diversification and the reduction of dispersion: A note. JoFQA 1970/2, S. 263-264; P.A. Samuelson, General proof that diversification pays. JoFQA 1967/1, S. 1-13.

3 Zum formalen Beweis, daß bei vollständiger Abhängigkeit aller Titel untereinander eine Risikominderung nicht möglich ist, siehe H. Müller, a.a.O., S. 46-48.

4 Siehe dazu H.M. Markowitz (1970), a.a.O., S. 88 f.

Da jedoch[1] $V(x_1r_1) = x_1^2V(r_1)$

und weiterhin[2] $Cov(x_1r_1,x_2r_2) = x_1x_2Cov(r_1,r_2)$,

folgt:

$$(27)\quad V(x_1r_1+x_2r_2) = x_1^2V(r_1) + x_2^2V(r_2) + 2x_1x_2Cov(r_1r_2)$$

Verkürzt man $Cov(r_1,r_j)$ zu δ_{ij} $(i,j = 1,2,\ldots,N)$, dann geht unter Beachtung von $\delta_{i,j} = \delta_{j,i}$ Gl. (27) über in

$$(28)\quad V(x_1r_1+x_2r_2) = x_1x_1\delta_{11} + x_1x_2\delta_{12} + x_2x_1\delta_{21} + x_2x_2\delta_{22}$$

- Die Varianz einer Summe von 3 ungewichteten Zufallsvariablen r_1, r_2, r_3 beträgt analog zu Gl. (25)

$$(29)\quad V(r_1+r_2+r_3) = V(r_1) + V(r_2) + V(r_3) + 2Cov(r_1,r_2) + 2Cov(r_1,r_3) + 2Cov(r_2,r_3)$$

Daraus folgt, wiederum analog zum gewichteten 2-Variablen-Fall,

---

[1] Vgl. J.C. Francis, Investments: Analysis and Management. New York u.a. 1972, S. 609.

[2] Ebenda, S. 611.

$$V(x_1r_1+x_2r_2+x_3r_3) = V(x_1r_1) + V(x_2r_2) + V(x_3r_3) +$$
$$2Cov(x_1r_1,x_2r_2) + 2Cov(x_1r_1,x_3r_3) +$$
$$2Cov(x_2r_2,x_3r_3) \qquad (30)$$

$$= x_1^2V(r_1) + x_2^2V(r_2) + x_3^2V(r_3) +$$
$$2x_1x_2Cov(r_1,r_2) + 2x_1x_3Cov(r_1,r_3) +$$
$$2x_2x_3Cov(r_2,r_3) \qquad (31)$$

$$= x_1x_1\sigma_{11} + x_1x_2\sigma_{12} + x_1x_3\sigma_{13} +$$
$$x_2x_1\sigma_{21} + x_2x_2\sigma_{22} + x_2x_3\sigma_{23} +$$
$$x_3x_1\sigma_{31} + x_3x_2\sigma_{32} + x_3x_3\sigma_{33} \qquad (32)$$

$$= \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} x_ix_j\sigma_{i,j} \qquad (33)$$

Allgemein beträgt die Varianz im Portefeuille

$$V\left(\sum_{i=1}^{N} x_ir_i\right) = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} x_ix_j\sigma_{i,j} \qquad (34)$$

Danach stellt sich das MARKOWITZ-System[1] wie folgt dar:

Die Gesamtvarianz des Portefeuilles bemißt sich nach Gl. (34). Soll die Gesamtvarianz bei einer bestimmten angestrebten Rendite minimiert werden, dann erhält man als Zielfunktion

$$V\left(\sum_{i=1}^{N} x_ir_i\right) = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} x_ix_j\sigma_{i,j} \longrightarrow \text{Min.} \qquad (35)$$

---

[1] Es wird z.T. auch als EV- bzw. MV-Modell bezeichnet (Expected Mean-Variance bzw. Mean-Variance).

Gl. (35) führt jedoch nur zu einem trivialen Ergebnis[1] und muß ergänzt werden um die Forderung nach einer bestimmten Rendite R

$$(36) \quad R = \sum_{i=1}^{N} x_i E_i(R)$$

wobei $E_i(R)$ die erwartete Rendite des i-ten Wertpapiers darstellt. R ist demzufolge ebenfalls ein Erwartungswert.

Um sicherzustellen, daß der gesamte zur Verfügung stehende Betrag angelegt wird, gilt weiterhin

$$(37) \quad \sum_{i=1}^{N} x_i = 1$$

Letztlich geht man im Grundmodell davon aus, daß Leerverkäufe nicht vorgenommen werden, d.h.

$$(38) \quad x_i \geq 0$$

Insgesamt handelt es sich um ein Optimierungsproblem, bei dem die Varianz eines Depots unter Einhaltung der Nebenbedingungen (36), (37), (38)

---

[1] Nämlich zu V = 0, d.h., es wird keine Anlage vorgenommen; es sei denn, in der Grundgesamtheit seien Papiere mit Einzelrenditen mit V = 0 enthalten.

zu minimieren ist[1].

Der von MARKOWITZ vorgeschlagene Weg zur numerischen Lösung besteht aus einem für eine digitale Rechenanlage entwickelten quadratisch-parametrischen Algorithmus. Diese maschinelle Berechnung ist schon dann notwendig, wenn nur relativ wenige Papiere in die Auswahl eingehen; die manuelle Bestimmung eines Depots aus einer realistischen Anzahl von Wertpapieren ist schlechterdings nicht möglich[2].

Der Algorithmus ermittelt aus den Eingabedaten eine Anzahl von Portefeuilles, von denen jeweils die darin enthaltenen Papiere mit ihren Anteilen,

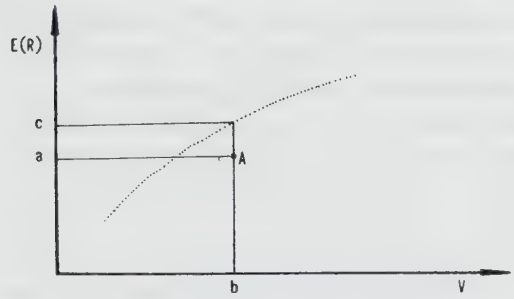
---

[1] In der Literatur wurden mehrere Ansätze erörtert, um die Steuerzahlungen, Kredit- und Leerverkäufe des Investors in das Modell einzubeziehen. Die in diesem Zusammenhang oftmals gesetzten Prämissen, z.B. konstanter Steuersatz und Kreditzins, sind bei den meisten Börsenanlegern jedoch nicht erfüllt. Detaillierte Ausführungen siehe bei M. Richter, Cardinal Utility, Portfolio Selection and Taxation. RES 1960, S. 152-166; D.D. Hester, Efficient Portfolios with Short Sales and Margin Holdings, in: D.D. Hester, J. Tobin (eds.), Risk Aversion and Portfolio Choice. Monograph 19 der Cowles Foundation, New York/London/Sidney 1967, S. 41-51; D.L. Tuttle, R.H. Litzenberger, Leverage, Diversification, and Capital Markets Effect on a Risk-Adjusted Capital Budgeting Framework. JoF 1968/3, S. 427-443; M.J. Barron, The notional rate method of solving portfolio analysis problems when short sales are permitted. JoBF 1970/3, S. 45-56; G.A. Pogue, An extension of the Markowitz Portfolio Selection Model to include variable transactions costs, short sales, leverage policies and taxes. JoF 1970/5, S. 1005-1027.

[2] Zum Umfang der Berechnungen schon bei drei in die Auswahl eingehenden Papieren siehe das bei Hielscher durchgerechnete Beispiel. U. Hielscher (1969), a.a.O., S. 294-312.

die erwartete Rendite und die Varianz angegeben werden. In einem E-V-Diagramm ergeben die Portefeuilles eine aufsteigend verlaufende Punktfolge.

Abbildung 6 - Linie der effizienten Depots



Jede durch einen Punkt auf der Kurve der Abbildung 6 repräsentierte Risiko-Ertrag-Kombination hat eine bedeutungsvolle Eigenschaft: Es gibt kein anderes Depot, welches bei derselben erwarteten Rendite eine geringere Varianz aufweist als eben dieses Portfolio selbst. Dieselbe Information ist in der folgenden Aussage enthalten: Für eine bestimmte vorgegebene Varianz (Renditerisiko) kann kein Depot gefunden werden, welches eine größere erwartete Rendite verspricht als eben dieses Portfolio. Die Gesamtheit der Portfolios auf der Kurve heißt der "efficient set"[1]. Im Gegensatz dazu werden alle Portfolios unterhalb der Kurve als ineffizient bezeichnet: Das mögliche Depot A (Abbildung 6) erreicht bei einer erwarteten Rendite von a ein Risiko in Höhe von b. Für dasselbe Maß an Risiko wird aber auch ein Portfolio bereitgehalten, wel-

---

[1] Vgl. H.M. Markowitz (1970), a.a.O., S. 6.

ches die höhere Rendite c verspricht.

Das Modell offeriert dem Anleger mithin eine Vielzahl von Portfolios. Daraus kann er das seiner speziellen Risikopräferenz entsprechende auswählen[1].

Grundsätzlich wird die Zahl der in einem Depot enthaltenen Titel nicht vorgegeben, sondern ergibt sich durch den Rechenprozeß in Abhängigkeit von den Risikobeziehungen der Titel untereinander[2]. Es wird genau eine Periode betrachtet, deren Länge nicht definiert ist.

Die Quantifizierung der Risikobeziehungen im Portefeuille und das Sichtbarmachen der Struktur des Problems sind möglicherweise die wesentlichsten von MARKOWITZ geleisteten Beiträge zur Theorie der Portfolio Selection. Auch hartnäckige Kritiker des Ansatzes räumen ein, daß die systematische Diversifizierung das Risiko der Wertpapieranlage c.p. verringert[3]. Die Frage, in welchem Ausmaß und auf welcher Basis die Diversifikation realisiert worden ist, wird ein Prüfstein für alle in dieser Arbeit zu untersuchenden Modelle sein.

---

1 Siehe J.C.T. Mao, Essentials of Portfolio diversification strategy. JoF 1970/5, S. 1109-1121, hier S. 1109.

2 Eine sehr hilfreiche Erweiterung des Grundmodells erlaubt jedoch, Obergrenzen für die Anteile der ins Depot aufzunehmenden Titel festzulegen. Z.B. könnte gefordert werden, daß kein Anteil 5 % übersteigt. Dann lautet die zusätzliche Restriktion: $x_i \leq 0{,}05$. Allerdings wird dadurch das Optimum in einem zunächst unbekannten Ausmaß verfehlt.

3 Vgl. u.a. N.H. Hakansson, Multi-period mean-variance Analysis: Toward a General Theory of Portfolio Choice. JoF 1971/4, S. 857-884, hier S. 863.

4.3 EINGABEDATENERFORDERNISSE

Folgende Daten sind für die Anwendung des Algorithmus notwendig:

- Der Erwartungswert der Rendite je Einzelwert.
- Die Varianz der geschätzten Rendite der Einzelwerte. Sie ist aus der entsprechenden Wahrscheinlichkeitsverteilung (im kontinuierlichen Fall aus der Dichtefunktion) zu bestimmen.
- Die Kovarianz der Einzelwerte. E i n Wertpapier innerhalb von n Papieren ist mit ihnen durch (n - 1) Kovarianzen verbunden[1]. Für n Papiere ist (n - 1) zunächst mit n zu multiplizieren. Da jedoch Cov(i,j) = Cov(j,i), beträgt die Gesamtzahl der vom Algorithmus benötigten unterschiedlichen Kovarianzen $\frac{(n - 1)n}{2}$. Sie lassen sich zu einer (n x n) Matrix zusammenfassen, deren Hauptdiagonale durch Cov(i,i) = V(i) gebildet wird.

4.4 DER UMFANG DER ANZUSTREBENDEN DIVERSIFIKATION

Ist nachgewiesen, daß die Diversifizierung grundsätzlich einen günstigen Einfluß auf das Portefeuillerisiko auszuüben in der Lage ist, dann bleibt offen, w i e v i e l Papiere aus der gegebenen Grundgesamtheit in das Depot aufgenommen werden sollten.

---

[1] Die n-te Kovarianz eines Papiers ist seine Varianz V.

EVANS und ARCHER untersuchten die Frage empirisch[1]. Ihre Analyse beinhaltete 3 Schritte:

- Auswahl von Portfolios, die 1,2,...,40 Aktien umfassen. Nach 60 Auswahlvorgängen mit Hilfe eines Zufallsmechanismus stehen insgesamt 2400 Portfolios zur Verfügung. Die Grundgesamtheit besteht aus den 470 im Jahre 1958 im Standard and Poor's Index enthaltenen Werten.

- Berechnung des Risikos der Rendite jeder Aktie in Form der Standardabweichung über den Beobachtungszeitraum von 19 Halbjahresperioden ex post aus den Logarithmen ihrer Abweichungen vom Durchschnitt[2].

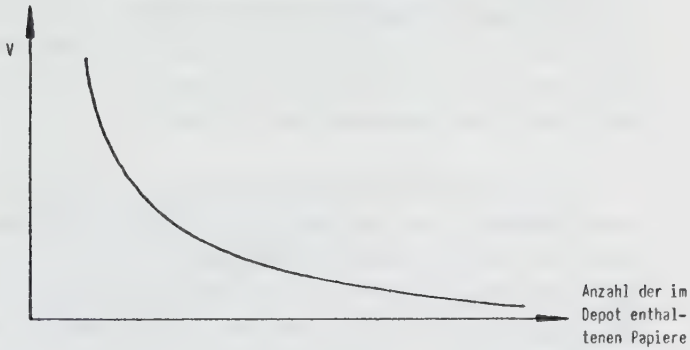
- Ermittlung der Abhängigkeit der Depotvarianz von der Zahl der im Depot enthaltenen Werte. Die gewonnene Punktkurve verläuft stark degressiv und nähert sich asymptotisch der Abszisse (Abbildung 7). Eine durch diese Kurve gelegte Regressionslinie zeigt das hohe Bestimmtheitsmaß von nahezu 0,99.

---

[1] Vgl. J.L. Evans, S.H. Archer, Diversification and the reduction of dispersion: An empirical analysis. JoF 1968/5, S. 761 - 767.

[2] Es handelt sich also um Fluktuationsvarianzen, im Gegensatz zur Varianz der Wahrscheinlichkeitsverteilung.

Abbildung 7 - Beziehung zwischen der Varianz eines Depots und der Zahl der darin enthaltenen Wertpapiere



Dieses Ergebnis stimmt mit den Implikationen der Gl.(24a) überein. Das Ausmaß der Degression läßt sich auch wie folgt interpretieren[1]: Um das gleiche Maß an Streuungsreduzierung zu erhalten, muß man in einem Depot zu jeweils vorhandenen

2 Aktien	1
8 Aktien	5
16 Aktien	19
19 Aktien mehr als	40

weitere Aktien hinzufügen. Demzufolge sollten, wenn die Diversifizierung angesprochen wird, nicht viel mehr als 10-15 Papiere in einem Portefeuille vorhanden sein, weil eine größere Anzahl die Streuung nur noch unwesentlich reduziert, die Übersichtlichkeit des Depots jedoch negativ beeinflußt.

---

[1] Vgl. J.L. Evans, S.H. Archer, a.a.O., S. 766.

Die auf empirischem Weg gefundenen Beziehungen werden von MAO[1] formal abgeleitet und in der Größenordnung bestätigt. Aufgrund einiger allerdings vereinfachender Annahmen kommt MAO zu dem Ergebnis, daß innerhalb eines Portfolios mit drei Papieren die Hälfte, mit siebzehn Papieren etwa 90 % der möglichen Varianzreduktion erreicht wird[2].

Bei diesen Überlegungen darf jedoch nicht übersehen werden, daß durch die willkürliche Begrenzung der Zahl der im Depot enthaltenen Werte das optimale Depot verfehlt wird[3]. Mit Sicherheit erhöht sich nämlich dessen Risiko, darüber hinaus könnte die Rendite sinken. Diesem Nachteil kann jedoch auch ein Vorteil gegenübergestellt werden. Die Kosten der Depotverwaltung - z.B. für Research, allgemeine Verwaltung - sind u.a. auch von der Zahl der Papiere im Depot abhängig: Eine größere Zahl bedeutet höhere Kosten[4] (Kurve 1 in Abbildung 8). Auf der anderen Seite könnte die durch Diversifizierung steigende Wahrscheinlichkeit der Erzielung einer bestimmten mittleren Depotrendite monetär bewertet und als spezieller Gewinn aufgefaßt werden. Die Kurve 2 in Abbildung 8 wird deshalb degressiv verlaufen, weil - wie ausgeführt - der Zuwachs an

---

1 Siehe J.C.T. Mao, a.a.O.

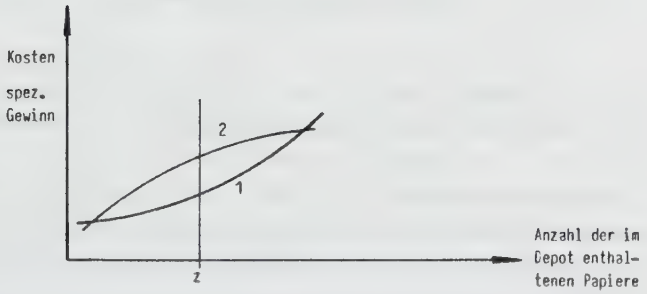
2 Ebenda, S. 1112.

3 Vgl. dazu die detaillierten Ausführungen im Abschnitt 7.5.

4 Ob die Kostenkurve linear oder nichtlinear ansteigt, soll nicht weiter untersucht werden, da es für das grundsätzliche Problem unerheblich ist.

Sicherheit um so geringer ausfällt, je mehr Papiere bereits im Depot enthalten sind.

Abbildung 8 - Ermittlung eines speziellen Depot-Suboptimums



Die unter den angegebenen Bedingungen optimale Zahl z von Wertpapieren im Depot stellt ein Suboptimum[1] dar und kann durch Differentiation gefunden werden.

Neue Gesichtspunkte im Hinblick auf die Diversifikation werden durch die Anteile der Conglomerates in die Diskussion eingeführt. Auf Grund seiner Konstruktion ist ein solches Unternehmen in vielfacher Weise einem Investmentfond vergleichbar[2]. Mit einem solchen Papier wird ein sich am Ablauf der nationalen oder gar internationalen Wirtschaft orientierender stabilisierender Faktor in das Depot eingeführt[3]. Dies gilt sowohl für ein kurzes Intervall

---

[1] Die hier eingeführte und isoliert betrachtete Größe "Kosten der Depotverwaltung" wird bei der Bestimmung des absoluten Optimums nicht beachtet. Daher handelt es sich bei dem Ergebnis gemäß Abbildung 8 nur um ein Suboptimum.

[2] Vgl. B.S. Kopp, Conglomerates in Portfolio Management. FAJ 1968/2, S. 145-148, hier S. 147.

[3] Kopp glaubt, mit 5 Conglomerates 25 Branchen erfaßt zu haben. Ebenda, S. 147.

wie auch für längere Zeitabschnitte wie Konjunkturzyklen. Insofern gibt der Ausdruck "built-in-diversification"[1] den Sachverhalt zutreffend wieder. Die Vielzahl und Größe der manchmal in einem solchen Konzern vereinigten Gesellschaften läßt es lohnenswert erscheinen, die damit verbundenen Probleme der Risikobegrenzung gesondert zu untersuchen[2].

4.5 DIE REALITÄTSNÄHE DER DEM E-V-KRITERIUM ZUGRUNDE LIEGENDEN WESENTLICHEN ELEMENTE

MARKOWITZ' Modell fußt auf zwei grundsätzlichen Annahmen, nämlich der quadratischen Nutzenfunktion des Anlegers und der Normalverteilung der erwarteten Gewinne. Darüber hinaus ist als Maß für das Risiko sowohl der Portefeuille- wie auch der Einzelrendite willkürlich die Varianz ausgewählt worden. Es ist zu untersuchen, ob die beiden Prämissen und die willkürliche Setzung als realistisch zu bezeichnen sind.

4.51 DIE QUADRATISCHE NUTZENFUNKTION

Nutzenkurven, die in Abhängigkeit von den Vermögenswerten degressiv verlaufen, haben zumindest den Vorteil der plausiblen Interpretierbarkeit für sich. Sie lassen sich eher begründen als jeder an-

---

1 B.S. Kopp, a.a.O., S. 148.

2 Grundsätzliche Überlegungen dazu sind enthalten bei: H. Levy, M. Sarnat, International Diversification of Investment Portfolios. AER 1970/4, S. 668-675; D.R. Lessard, International Portfolio Diversification: A multivariate analysis for a group of Latin American countries. JoF 1973/3, S. 619-633.

dere Kurvenverlauf. Allerdings kann ohne eine Spezifizierung zunächst nur die grundsätzliche Gestalt der Kurve angegeben werden; je nach der Präferenzfunktion wird die Kurve bei jedem Individuum eine etwas andere Gestalt und Lage besitzen[1].

Formal wird die quadratische Funktion

$$(39) \quad U(X) = a + bX + cX^2 \quad (c < 0,\ X \geq 0)$$

als adäquate Darstellung der Abhängigkeit des Nutzens U von den Besitztümern X angesehen[2]. Dabei können die Konstanten a und b jeden beliebigen positiven Wert annehmen; c muß jedoch negativ sein, damit die erste Ableitung nicht-negativ wird:

$$(40) \quad U'(X) = b + 2cX \geq 0 \quad (X \leq -\frac{b}{2c})$$

Das bedeutet aber, daß die Kurve der Gl. (39) nicht über den gesamten Bereich $X \geq 0$ steigend verläuft, sondern bei $X = -\frac{b}{2c}$ ein Maximum erreicht und sodann wieder fällt. Da abnehmender absoluter Nutzen bei steigender Menge an Besitztümern nicht mit der Realität vereinbart werden kann, ist die Anwendung der quadratischen Nutzenfunktion folglich auf den Bereich $0 \leq X \leq -\frac{b}{2c}$ beschränkt. "This is a very serious drawback since we not have the opinion of assuming that some decisions will be reached using a quadratic function while others ... will be governed by some other functions"[3].

---

[1] Vgl. W.F. Sharpe (1970), a.a.O., S.196.

[2] Vgl. F.W. Sharpe (1970), a.a.O., S. 197 f. Siehe auch J. Tobin, Liquidity Preference as Behavior Towards Risk, in: D.D. Hester, J. Tobin (eds.), Risk Aversion and Portfolio Choice, Monograph 19 der Cowles Foundation, New York/London/Sidney 1967, S. 1-26, hier S. 15 f.

[3] Vgl. H. Levy, M. Sarnat (1972), a.a.O., S. 381.

Es ist zu prüfen, ob diese Unzulänglichkeit tatsächlich solche gravierenden Folgen haben wird, wie es LEVY und SARNAT befürchten. Durch geeignete Wahl der Konstanten b und c kann das Maximum der durch Gl. (39) beschriebenen Kurve weiter nach rechts verschoben werden. Dadurch wird eine größere Menge an Besitztümern als bisher durch den aufsteigenden Teil der Kurve erfaßt und der anwendbare Bereich der Gl. (39) entsprechend erweitert[1]. Allerdings kann die Verschiebung des Maximums nicht unbegrenzt vorgenommen werden, weil sich die quadratische Funktion dann einer linearen Funktion annähert.

Eine alternative Möglichkeit der Ausweitung des relevanten Kurvenbereichs besteht darin, eine Einheit "Besitztum" - eine ohnehin normierte Größe - mit einer größeren Menge von assets zu füllen als zuvor. Da die Menge der einem Individuum gehörenden Vermögenswerte in der Praxis begrenzt ist, kann sie in jedem Fall dem aufsteigenden Kurvenstück der Nutzenfunktion zugeordnet werden, wenn nur die Normierung entsprechend gewählt wird.

MARKOWITZ weist nach, daß eine Vielzahl von Nutzenkurven, die nicht durch eine quadratische Funktion abgebildet werden können, hinreichend gut durch diese Funktion approximierbar ist[2]. Gl. (39) ist also nicht zu speziell gewählt, son-

---

1 "The answer to the central question of whether quadratic utility functions can be employed as reasonable representations of investor preferences rests, in large parts, on a satisfactory definition of "the relevant range of returns" for the portfolio under consideration". Vgl. R.F. Wippern, Utility implications of Portfolio Selection and Performance Appraisal Models. JoFQA 1971/3, S. 913 - 923, hier S. 917 f.

2 Vgl. H.M. Markowitz (1970), a.a.O., S. 283 ff.

dern deckt einschließlich der Approximationen einen großen Bereich der Nutzenfunktionen ab.

Insgesamt betrachtet darf die beschriebene Unzulänglichkeit der quadratischen Nutzenfunktion nicht übersehen werden, jedoch erscheint wegen der angeführten Ausweichmöglichkeiten die praktische Anwendbarkeit in weitem Umfang gegeben[1]. Im relevanten Bereich von nicht allzu zahlreichen Besitztümern gilt diese Feststellung ohne jede Einschränkung.

4.52 DIE NORMALVERTEILUNG DER ERWARTETEN GEWINNE

Ist allgemein anerkannt, daß die quadratische Nutzenfunktion einem großen Teil der Anleger gerecht wird, dann bleibt zu untersuchen, ob hinsichtlich der erwarteten Gewinne jedes einzelnen Papiers eine Normalverteilung vorliegt. Die Alternative zur Normalverteilung besteht grundsätzlich in sämtlichen anderen möglichen Verteilungen. Die Aufmerksamkeit der meisten Autoren konzentriert sich jedoch auf die rechts- und linksschiefen Verteilungen[2]. Zweifellos kann man sich asymmetrische Verteilungen der Renditeschätzung vorstellen, und in einem solchen Fall müßten in der Tat neben Erwartungswert und Varianz weitere Momente der Ver-

---

[1] Diese Beurteilung wird nicht bestimmt, evtl. jedoch ein wenig beeinflußt durch die Feststellung bei Levy und Sarnat, daß "... almost all of the relevant literature in economics and finance assumes a quadratic utility function". Siehe H. Levy, M. Sarnat (1972), a.a.O., S. 383 sowie die dort angegebene Literatur.

[2] Zu diesem Begriff siehe H. Reichardt, a.a.O., S. 64.

teilung in die Berechnung des optimalen Depots einbezogen werden. Dies gilt z.B. für den Fall der Lotterie, der durch eine besonders starke asymmetrische Renditeverteilung gekennzeichnet ist.

Verschiedene Untersuchungen erbrachten jedoch nur schwache Anzeichen dafür, daß eine andere als die Normalverteilung gilt. ARDITTI berichtet über eine leichte Schiefe in einigen ex-post-Verteilungen[1]. Auch MILLER und SCHOLES kommen zu ähnlichen Ergebnissen[2]. FRANCIS, FRIEND/BLUME sowie BLUME[3] untersuchen nicht Einzelwerte, sondern Portfolios und können Schiefe in den Renditeverteilungen nicht feststellen. Dieses Ergebnis ist jedoch zu erwarten und nicht verwunderlich: Je mehr Papiere im Depot enthalten sind, desto mehr gleicht sich die Summe der Einzelrenditeverteilungen einer Normalverteilung an, mögen sie im Einzelfall noch so unterschiedlichen Dichtefunktionen gehorchen[4]. Dieses Ergebnis wird evtl. schon mit 30 verschiedenen Papieren erreicht. In der Praxis enthalten große Depots oft sogar noch mehr verschiedene Werte. Insofern wird durch die genannten Autoren kein Beitrag zur Lösung des Problems geleistet.

---

1 Vgl. F.D. Arditti, Risk and the required return on equity. JoF 1967/1, S. 19 - 36. Es werden die jährlichen Renditen von Papieren über einen Zeitraum von 20 Jahren untersucht. Derselbe: Another look at mutal fund performance. JoFQA 1971/3, S. 909 - 912.

2 Vgl. M.H. Miller, M. Scholes, Rates of Return in Relation to Risk: A Re-Examination of Some Recent Findings, in: M.C. Jensen (ed.), Studies in the Theory of Capital Markets. New York - Washington - London 1972, S. 47 - 78.

3 Vgl. J.C. Francis, Skewness and Investors decisions. JoFQA 1975/1, S. 163-172. J. Friend, M. Blume, Measurement of Portfolio Performance under Uncertainty. AER 1970/4, S. 561 - 575. M. Blume, Portfolio Theory: A Step Towards Its Practical Application. JoB 1970/2, S. 152-173.

4 Vgl. H. Levy, M. Sarnat (1972), a.a.O., S. 326.

ARDITTI und LEVY dagegen wählen den richtigen Ansatz. Sie unterscheiden zwischen kurz- und langfristigem Anlegerverhalten und kommen zu dem Ergebnis, daß bei kurzfristiger Betrachtung Schiefe in den Renditeverteilungen nicht vorliegt[1]. Wenngleich die Begriffe "kurzfristig" und "einperiodig" nicht notwendig deckungsgleich sind, so weisen sie doch eine gewisse Verwandtschaft auf, so daß aus ARDITTI's und LEVY's Untersuchung positive Gesichtspunkte für die von MARKOWITZ für seinen einperiodischen Ansatz unterstellte Form der Renditeverteilung folgen.

Selbst wenn jedoch schiefe Verteilungen vorlägen, dann würde erst ein Vergleich zweier effizienter Portefeuilles - zusammengestellt aus Papieren mit normalverteilter bzw. aus solchen mit schiefverteilter Rendite - zeigen, ob signifikante Unterschiede zwischen ihnen vorliegen[2].

Treffend haben FRANCIS und ARCHER die Überlegungen zu nicht-normalverteilten Renditen zusammengefaßt[3]:

"By ignoring higher-order moments, the portfolio-analysis model wastes information that might be used to increase investor satisfaction. Thus viewed,

---

1 Vgl. dazu F.D. Arditti, H. Levy, Portfolio Efficiency Analysis in three Moments: The multiperiod Case. JoF 1975/3, S. 797 - 809.

2 Es ist jedoch noch kein Auswahlalgorithmus bekannt geworden, der schiefe Verteilungen berücksichtigt. Einen Eindruck von der komplizierten formalen Behandlung des Problems gewinnt man bei W.H. Jean, The extension of portfolio analysis to three or more parameters. JoFQA 1971/1, S. 505 - 515.

3 Vgl. J.C. Francis, S.H. Archer, a.a.O., S. 212.

portfolio analysis is a heuristic technique. To what extent this oversimplification results in suboptimal (that is, less than the maximum possible investor utility) portfolios is not known. However, most securities distributions of return seem to be symmetrical and will therefore possess third moments of zero. As a result, little if any information is lost by ignoring third moments".

4.53 DIE SEMIVARIANZ ALS ALTERNATIVE ZUR VARIANZ

MARKOWITZ hatte sich für die Varianz als das geeignete Risikomaß sowohl für die Einzel- als auch für die Portefeuillerendite entschieden, u.a. wegen der leichteren rechnerischen Handhabung. Daneben wurden von ihm einige andere Maße erörtert[1], aber schnell verworfen. Die Semivarianz SV jedoch zog mehr Aufmerksamkeit auf sich als die meisten anderen Risikomaße[2]. Grundsätzlich wird die SV wie die Varianz berechnet, jedoch berücksichtigt man nur die Werte unterhalb einer Schranke p in der zugrunde liegenden Verteilung. Faßt man auch in diesem Fall die Rendite eines Wertpapiers als Realisation einer Zufallsvariablen R auf, so erhält man allgemein

$$(41)\quad SV = \begin{cases} E\left[(R_i - p)^2\right] & \text{für } R_i < p \\ 0 & \text{für } R_i \geq p. \end{cases}$$

---

[1] Vgl. H.M. Markowitz (1970), a.a.O., S. 287 ff.
[2] Ebenda, S. 188 ff.

Im Zusammenhang mit Portfolio Selection sind zwei mögliche Schranken in der Renditeverteilung als Spezialfälle besonders interessant. Für p = E(R) (Erwartungswert der Rendite) ergibt sich[1]

$$(42)\quad SV_E = \begin{cases} E\left[(R_i - E(R))^2\right] & \text{für } R_i < E(R) \\ 0 & \text{für } R_i \geq E(R) \end{cases}$$

und für p = 0 analog

$$(43)\quad SV_o = \begin{cases} E\left[(R_i - 0)^2\right] & \text{für } R_i < 0 \\ 0 & \text{für } R_i \geq 0 \end{cases}$$

Realisationen der Zufallsvariablen R oberhalb p = E(R) haben mithin solange keinen Einfluß auf SV_E, als sich durch eine Änderung dieser Realisationen nicht der Erwartungswert E(R) ändert. Das Risiko der Rendite wird also gegen E(R) gemessen. Legt man p = 0 zugrunde, dann haben Realisationen von R oberhalb p = 0 keine Auswirkungen auf SV_o; in diesem Fall mißt man das der Verteilung innewohnende Risiko gegen $R_i = 0$.

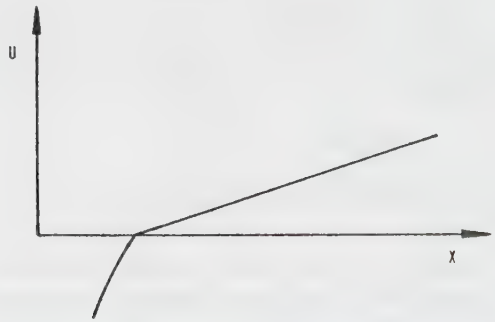
Die Varianz reagiert sehr empfindlich auf sämtliche extremen Werte der zugrunde liegenden Renditeverteilung. Die Semivarianz dagegen hängt in ihrer Größe nur von den Werten der Verteilung im Intervall $-\infty$ bis p ab. Sie stellt für p=0 die Varianz von Verlusten dar, da positive Realisationen von R nicht berücksichtigt werden. Diese Erkenntnis kann dazu benutzt werden, auf die Nutzenkurve des Anlegers zu schließen, wenn er die SV als Risikomaß ins Auge faßt. Im Gegensatz zur Abbildung 4 muß sich bei Anwendung der Semivarianz der in der folgenden Abbildung ersichtliche Kurvenverlauf der

---

[1] Vgl. R.B. Porter, Semivarianz and Stochastic Dominance: A Comparison, AER 1974/1, S.200 - 204, hier S. 201.

Nutzenfunktion ergeben[1]:

Abbildung 9 - Darstellung der hybriden Nutzenfunktion



Das konkave Kurvenstück bedeutet auch in diesem Fall Risikoaversion für U ≤ 0: Der Anleger, der sich nach dem E-SV_o-Kriterium ausrichtet, konzentriert sich auf den Wertebereich der Zufallsvariablen R von $-\infty$ bis 0. Oberhalb von 0 liegende Realisationen von R bezieht er nicht in seinen Kalkül ein. Dies bedeutet Risikoneutralität; sie wird durch die Gerade oberhalb U = 0 dokumentiert[2]. Ökonomisch bedeutet diese sogenannte hybride Nutzenfunktion, daß der Anleger vor allem mögliche Verluste zu vermeiden sucht; seine Risikoaversion für U ≤ 0 ist stark ausgeprägt. Außerhalb dieser Gefahrenzone legt er eine dem Risiko nicht so stark abgewandte Haltung an den Tag, nämlich Neutralität. Ein solches Verhalten mag in der Praxis durchaus vernünftig sein, wie SWALM in einer entsprechenden Unter-

---

1 Vgl. J.C.T. Mao, Models of Capital Budgeting, E-V vs ES. JoFQA 1969/5, S. 657-675, hier S. 658.

2 Ebenda, S. 661.

suchung feststellte[1]. MAO formuliert: "It does not seem unreasonable for an investor who is conservative at low returns to become aggressive at high returns[2]".

Effiziente Portfolios, bei deren Zusammenstellung die Semivarianz als Risikomaß verwendet wurde, werden generell nicht mit solchen identisch sein, denen die Varianz zugrunde liegt[3]. Allerdings gibt es eine wesentliche Ausnahme, die sofort einleuchtet: Sind die geschätzten Renditeverteilungen symmetrisch und ist $SV = SV_E$, dann stimmen die optimalen Depots überein, unabhängig davon, ob V oder SV_E zugrunde liegt[4]. Setzt sich also die oft vertretene Auffassung weiter durch, daß die Renditen der Wertpapiere normalverteilt sind[5], dann bedarf es der weiteren Erörterung der Semivarianz nicht mehr.

In dem Bestreben, Verluste möglichst gering zu halten, werden bei Anwendung der Semivarianz Renditegesichtspunkte in vielleicht zu starkem Ausmaß außer Acht gelassen[6]. Diese Minderschätzung der

---

1 Vgl. bei R.O. Swalm, Utility Theory - Insights into Risk Taking. HBR 1966/6, S. 123 - 136.

2 Vgl. J.C.T. Mao (1969), a.a.O., S. 661.

3 Vgl. H.M. Markowitz (1970), a.a.O., S. 191, S. 194.

4 Dies gilt auch dann, wenn sämtliche Renditen im gleichen Ausmaß und in der gleichen Richtung schief verteilt sind. Jedoch dürfte dieser Fall nicht realistisch sein.
Vgl. J.C.T. Mao (1969), a.a.O., S. 662; H.M. Markowitz (1970), a.a.O., S. 191.

5 Siehe dazu die Diskussion unter Ziffer 4.52.

6 Siehe dazu die instruktiven Beispiele bei J.C.T. Mao (1969), a.a.O., S. 663.

positiven Rendite muß bei nicht normal verteilten Renditen Auswirkungen auf die Zusammensetzung des Depots haben. Die Ziele "Erreichung einer bestimmten Rendite bei minimaler Varianz" (eine Alternative des Ansatzes von MARKOWITZ) und "Reduction of losses" (Ziel des E-SV_o-Ansatzes) sind Auswirkungen der unterschiedlichen Haltung des Anlegers dem Risiko gegenüber. Der Anleger muß sich zunächst für eines der beiden Ziele entscheiden. Fällt dieser Entscheid zugunsten "Reduction of losses", dann ist SV der adäquate Parameter.

Der Rechenbedarf eines E-SV-Modells wird von MARKOWITZ um das Zwei- bis Vierfache höher eingeschätzt als für den E-V-Ansatz[1]. Der erhöhte Rechenbedarf besteht, weil "... unlike the variance, there is no easy way to derive semivariance for a portfolio from the semivariance of the individual projects of that portfolio[2]". Diese relativ geringfügige Erhöhung der Rechenkosten könnte jedoch in Kauf genommen werden[3]. Eine erstmalige ausführliche Beschreibung des gegenüber dem EV-Modell komplizierten rechnerischen Lösungsweges geben HOGAN und WARREN[4]; dabei werden die Gründe für das langsame Konvergieren ihres Algorithmus aufgezeigt.

---

1 Vgl. H.M. Markowitz (1970), a.a.O., S. 193.

2 Vgl. J.C.T. Mao (1969), a.a.O., S. 670.

3 Vgl. dazu die Ausführungen in Ziffer 5.2.

4 Siehe dazu W.H. Hogan, J.M. Warren, Computation of the efficient boundary in the E-S Portfolio Selection Model. JoFQA 1972/4, S. 1881 - 1896.

5 GELÖSTE UND UNGELÖSTE ANWENDUNGSPROBLEME DER PORTFOLIO SELECTION

Trotz seiner Konsistenz und Durchsichtigkeit hat der Ansatz von MARKOWITZ eine Vielzahl von Kritikern gefunden. Teils sind deren Bedenken nicht von der Hand zu weisen, z.B. bei der Frage der Revisionsmöglichkeiten des Portefeuilles. Andere vorgebrachte Argumente treffen sämtliche Portfolio-Selection-Modelle, also nicht nur den MARKOWITZ-Ansatz. Ein Teil der Kritik schließlich hält einer näheren, ebenfalls in diesem Kapitel vorzunehmenden Prüfung nicht stand.

5.1 EINGABEDATENBESCHAFFUNG

Kaum eine Voraussetzung des gesamten MARKOWITZ-Ansatzes ist so oft angegriffen worden wie gerade diese. In der Regel wird beklagt, die Zahl der zur Verfügung zu stellenden Daten sei zu hoch, wobei in manchen Fällen unterstellt wird, sämtliche vom Algorithmus verlangten Angaben müßten vom Wertpapieranalytiker selbst aufbereitet werden[1]. Weiter-

---

[1] Z.B. bei W.F. Sharpe, A simplified model for Portfolio Analysis. MS 1963/1, S. 277-293, hier S. 282; B.A. Wallingford, A survey and comparison of Portfolio Selection Models. JoFQA 1967/2, S. 85-106, hier S. 95; K.J. Cohen, J.A. Poque, An empirical evaluation of alternative Portfolio Selection Models. JoB 1967/2, S. 166-193, hier S. 167; H. Müller, Portfolio Selection - Entscheidungshilfe bei der Vermögensanlage. Bankbetrieb 1969/12, S. 428-434, hier S. 430; H. Müller (1969a), a.a.O., S. 93; H.E. Büschgen, a.a.O., S. 21 f.; H.E. Büschgen, Investmentfonds und optimale Wertpapiermischung, in: H. Linnhardt, P. Penzkofer, P. Scherpf (Hrsg.): Dienstleistungen in Theorie und Praxis, Festschrift für Otto Hintner, Stuttgart 1970, S. 39-59, hier S. 42.

hin wird berichtet, daß die explizite Bestimmung der Wahrscheinlichkeitsverteilung der zukünftigen Rendite je Einzelwert für den Analytiker ungewohnt sei und zu Schwierigkeiten führe.

Zu letzterem Einwand ist zu bemerken: In der Tat wird vom Analytiker die Quantifizierung seiner Einschätzung der zukünftigen Entwicklung verlangt. Die Gefahr, später auf die Aussage festgelegt zu werden, mag den Versuch nahelegen, sich dieser Tätigkeit möglichst zu entziehen, zumal bei unsicherer Börsenlage. Damit ist der Ursprung des Problems offenbar dem psychologischen Bereich zuzuordnen. Diese Vorarbeit kann dem Wertpapieranalytiker jedoch nicht abgenommen werden, sie ist sein einziger Beitrag zur Anwendung des Ansatzes. Allerdings darf der Grad der gewünschten Differenzierung der Renditeverteilungen nicht zu weit getrieben werden. Die auf diese Weise erzwungene Genauigkeit wäre vorgetäuscht[1], sie könnte sogar ein Weniger an Information beinhalten.

Die Zahl der Daten beträgt für n zu berücksichtigende Wertpapiere[2] $\frac{n}{2}(n + 3)$ und enthält 2n Mittelwerte und Varianzen. Zunächst sei angenommen, diese 2n Werte müßten vom Analytiker bereitgestellt werden. Es verbleibt der weitaus größere, progressiv mit n wachsende Ausdruck $\frac{n}{2}(n - 1)$, der die Zahl der unterschiedlichen Kovarianzen angibt. Sicherlich ist es möglich, auch diese Daten individuell schätzen zu lassen. In diesem Fall bestünde der Einwand der Kritiker zu Recht, denn für n = 300

---

[1] Zu den Auswirkungen sehr ungenauer Renditeschätzungen siehe S.D. Hodges, R.A. Brealey, Portfolio Selection in a Dynamic and Uncertain World. FAJ 1973/2, S. 51-65, hier S. 57 ff.

[2] Zur Zusammensetzung dieser Zahl siehe den Abschnitt 4.3.

sind mehr als 22 000 Kovarianzen zu schätzen. Es erhebt sich aber sofort die Frage, ob diese individuelle Schätzung so gut sein wird wie die Alternativlösung. Diese besteht darin, aus den bereinigten Kursverläufen der Vergangenheit bis zum Zeitpunkt t_o die Kovarianzen maschinell zu ermitteln und sie als Schätzwerte für die nächste Periode zu verwenden. Die Berechtigung zu dieser Verfahrensweise kann aus einem empirischen Befund abgeleitet werden, wonach Kovarianzen von Aktien im Zeitablauf relativ stabil bleiben[1]. Es erscheint plausibel, daß die auf diese Art gewonnenen Werte zutreffender sind als individuell bestimmte[2]. Der Grund dafür liegt in der großen Zahl der Kovarianzbeziehungen, die intuitiv zu übersehen und richtig zu erfassen sehr schwierig ist. Für die maschinelle Berechnung sind notwendig die Erhebung der bereinig-

---

[1] Vgl. J. Blaich, Möglichkeiten und Grenzen der Modelle der Portfolio Selection - dargestellt an einigen Beispielen aus der Bundesrepublik Deutschland, Diss. Münster 1971, S. 62 ff. Die von Blaich festgestellte Stabilität der Kovarianzen gilt für eine ausgewählte Zahl von Aktien. Möglicherweise sinkt der durchschnittliche Stabilitätsgrad ein wenig, wenn sämtliche Aktien erfaßt werden. In seiner Grundtendenz wird das Ergebnis jedoch erhalten bleiben.

[2] Dabei muß beachtet werden, daß zwar ausreichend viele Werte in die Berechnung eingehen, daß aber andererseits wegen der Gefahr der Strukturveränderung die Vergangenheit nicht zu weit zurückverfolgt wird. Besonderen Gegebenheiten wie z.B. dem Abschluß eines Unternehmensvertrages zwischen zwei betrachteten Gesellschaften in t_o kann durch individuelle Behandlung Rechnung getragen werden.

ten Kurse aus der Vergangenheit, ihre Übertragung auf maschinenlesbare Datenträger und die Erstellung eines vergleichsweise problemlosen Rechenprogramms[1].

Aber es brauchen nicht einmal n Mittelwerte und n Varianzen geschätzt zu werden, denn diese beiden Momente können wiederum maschinell aus der zugrunde liegenden Wahrscheinlichkeitsverteilung ermittelt werden[2].

Es erscheint demnach folgender Mittelweg zwischen maschineller und nichtmaschineller Arbeitsbelastung gangbar: Die Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Renditen der in die Auswahl einzubeziehenden Papiere werden individuell geschätzt und je Papier in Form der Tabelle 3 in die Rechenanlage eingegeben. Aus diesen Daten ermittelt die Anlage Mittelwert und Varianz je Titel. Die Kovarianzen erhält man aus den Kursen der Vergangenheit und den Bereinigungsfaktoren ebenfalls maschinell[3]. Damit ist die Eingabe für den eigentlichen Algorithmus bereitgestellt; vom Wertpapieranalytiker sind genau n Wahrscheinlichkeitsverteilungen individuell zu bestimmen.

---

[1] Wenn es nicht gar als Standardprogramm verfügbar ist.

[2] Letztlich müßten sogar diese Grunddaten nicht geschätzt werden, wenn sämtliche für den Algorithmus benötigten Angaben aus den vergangenen Kursverläufen abgeleitet würden. So verfuhr J. Blaich, a.a.O., S. 78. Die Güte seiner Ergebnisse (ebenda, S. 91 ff.) ließ allerdings zum Teil zu wünschen übrig.

[3] Der Zweck der Kursbereinigung ist im Unterabschnitt 2.11 erläutert.

5.2 RECHENZEIT AUF ELEKTRONISCHEN ANLAGEN

Als einer der wesentlichen Einwände war von den Kritikern des MARKOWITZ-Algorithmus angeführt worden, der Rechenaufwand allgemein und für Rechenanlagen im besonderen sei sehr hoch[1]. Deren Einsatz ist unumgänglich, weil der Umfang der zur Lösung des Portfolio-Selection-Problems notwendigen Rechenarbeiten schnell die Möglichkeiten herkömmlicher Berechnungsweisen übersteigt[2].

Darüber hinaus ist die Richtigkeit der Rechnung bei Verwendung eines Programms ebenfalls eher gewährleistet als bei konventioneller Berechnung. Da der (oft als Stundensatz angegebene) Preis für die Benutzung einer Rechenanlage beträchtlich war, mußte diesen Kosten in der Vergangenheit besondere Aufmerksamkeit gewidmet werden.

5.21 ENTWICKLUNG DER RECHENZEITEN IN DER VERGANGENHEIT

Die Zahl der Fundstellen mit expliziten Angaben über Rechenzeitbedarf zur Lösung des Portfolio-Selection-Problems ist nicht sehr groß. COHEN und POGUE[3] berichten 1967, daß auf einer damaligen Großrechenanlage bei einem input von 150 Papieren für den MARKOWITZ-Ansatz 90 min. benötigt wurden. Diese

---

[1] Siehe z.B. K.J. Cohen, J.A. Pogue, a.a.O., S. 167; W.F. Sharpe (1963), a.a.O., S. 277; S.D. Hodges, P.G. Moore, Mathematical models in portfolio selection. JoBF 1971/1, S. 12-19, hier S. 12.

[2] Siehe S. 60 , Fußnote 2.

[3] Vgl. K.J. Cohen, J.A. Pogue, a.a.O., S. 167.

Zeit schmolz bei Anwendung eines stark vereinfachten[1] Modells auf 1 min. zusammen. WALLINGFORD[2] und SHARPE[3] kommen zu ähnlichen Größenordnungen.

Die genannten Werte sind jedoch keine feststehenden Größen. Schon COHEN und POGUE führen aus, durch eine Verbesserung des quadratischen Teils des Ansatzes könne die Rechenzeit "considerably" verkürzt werden[4]. BLAICH hat ein Programm für eine Rechenanlage entwickelt, die intern nicht schneller arbeitet als die von COHEN und POGUE benutzte, aber möglicherweise schon über externe Direktzugriffsspeicher verfügte. Für eine Grundgesamtheit von 40 Wertpapieren werden 2,5 min. Rechenzeit angegeben[5].

MÜLLER hat für 42 Wertpapiere auf einer großen Anlage 12 min. benötigt[6]. Sehr günstige Zeiten erreichten BREEN und JACKSON[7].

---

1 Es ist im Abschnitt 6.1 beschrieben.

2 Siehe B.A. Wallingford, a.a.O., S. 95.

3 Siehe W.F. Sharpe (1963), a.a.O., S. 285.

4 Vgl. K.J. Cohen, J.A.Pogue, a.a.O., S. 167, Fußnote 2.

5 Vgl. J. Blaich, a.a.O., S. 108.

6 Vgl. H. Müller (1970), a.a.O., S. 178.

7 Sie gelten ebenfalls für eine im Abschnitt 6.1 zu diskutierende Verkürzung des ursprünglichen Modells und wurden durch einen neuen Algorithmus sowie Anwendung rechentechnischer Feinheiten ermöglicht. Danach werden zur Ermittlung der effizienten Portefeuilles aus 1 500 Papieren 4 Sekunden auf einer allerdings sehr schnellen Anlage benötigt. W. Breen, R. Jackson, An efficient algorithm for solving large-scale portfolio problems. JoFQA 1971/1, S. 627-637, hier S. 635, Fußnote 6.

Die Beispiele lassen die Tendenz deutlich werden: Die Rechenzeiten sanken im Zeitablauf beträchtlich. Die Gründe liegen zum einen darin, daß die Mathematiker bessere, d.h. schneller konvergierende Algorithmen zur Verfügung stellen. Ein noch stärkerer Impuls geht jedoch von der stürmischen Entwicklung der Rechenanlagen aus.

5.22 GEGENWÄRTIGE MÖGLICHKEITEN DER EDV

5.221 HARDWARE[1]

Die Zahl der in Betrieb befindlichen Rechenanlagen hat in allen Ländern in einem sehr starken Ausmaß zugenommen[2]. Dabei ist die Leistungsbreite solcher Anlagen in bezug auf die Verarbeitungsgeschwindigkeit und -technik wesentlich ausgedehnt worden.

Rechenanlagen sind heute in sehr viel stärkerem Ausmaß mit externen Direktzugriffsspeichern ausgerüstet als früher. Dadurch ist ein schneller Zugriff zu den vom Programm jeweils benötigten Daten

---

[1] Dies sind die physisch greifbaren Teile einer Rechenanlage.

[2] Nach Angaben der Diebold Deutschland GmbH waren in Deutschland installiert:

Ende 1963	1 017
Ende 1968	4 591
Ende 1973	10 750 Rechenanlagen.

Obschon der Vergleich der Stückzahlen allein problematisch ist, weil die Charakteristika der Rechenanlagen im Zeitablauf nicht konstant bleiben, kann die Behauptung durch diese Aufstellung offensichtlich gestützt werden.

gewährleistet. Im anderen Fall könnte die Rechenzeit um ein Vielfaches steigen, selbst bei geschicktester Speicherung in der alternativen sequentiellen Form[1]. Bis zur Mitte des vorigen Jahrzehnts waren Rechenanlagen viel mehr magnetband-, d.h. sequentiell-orientiert als gegenwärtig. Daher ist in einem gewissen Umfang die Vermutung berechtigt, daß auch die frühen MARKOWITZ-Tests auf Anlagen mit sequentiellen Speichern gefahren wurden, woraus die angeführten ansehnlichen Rechenzeiten resultierten. Zudem sind die Zugriffszeiten auf die Speicher stark verkürzt worden. Das Portfolio-Selection-Problem profitiert davon insoweit, als die Datenmenge des inputs beträchtlich ist und die Zahl der Zugriffe von eben diesem Datenumfang abhängt.

Ein Teil der Maschinenzeit wurde bis dahin von den Rüstarbeiten beansprucht, die immer dann additiv die Programmlaufzeit erhöhen, wenn sie nicht parallel zum gerade laufenden Programm durchgeführt werden können[2]. Diese Möglichkeit ist heute jedoch weitgehend gegeben: Sind die Programme in Direktzugriffsspeichern enthalten, dann entfällt praktisch die Zeit, die früher vor dem Beginn eines jeden neuen Programmablaufs als Rüstzeit notwendig war.

---

[1] Zum Unterschied zwischen direktem und sequentiellem Zugriff siehe C. Baumgartner, B. Gehrig, Magnetband-Magnetplatte-Datenfernverarbeitung. Zürich 1973, hier S. 75 ff.

[2] Analog zu anderen Bereichen werden an einer Rechenanlage Rüstzeiten benötigt, um sie für die Durchführung eines Programms einsatzbereit zu machen. Dazu gehören das Einspannen der Datenträger in die Maschine und die Eingabe des Programms.

Weiterhin ist gegenwärtig eine zeitsparende Übertragung mehrerer Datenströme zwischen der Zentraleinheit und der Peripherie dadurch möglich, daß die Daten parallel übertragen werden. Die dazu erforderlichen Kanäle einer Rechenanlage sind zum Teil Standardausrüstung schon in mittelgroßen Anlagen[1].

Die Kapazität des internen Arbeitsspeichers, oft in erster Annäherung als ein Maß für die "Größe" einer Anlage angesehen, ist beträchtlich erhöht worden und erreicht serienmäßig einige Millionen Bytes[2]. Die Größe des Arbeitsspeichers hat einen unmittelbaren Einfluß auf die Rechenzeit: Je mehr Daten und Programme von diesem Speicher aufgenommen werden können, desto weniger Zugriffe sind zu externen Speichern notwendig. Der vom Hersteller der Rechenanlage gelieferte Speicher kann über seine ursprüngliche Größe hinaus von Spezialfirmen in praktisch unbegrenzter Höhe ausgebaut werden[3]. Darüber hinaus existieren bereits Rechenanlagen, deren Arbeitsspeicher nach dem Laserprinzip arbeiten und so groß sind, daß externe Speicher gar nicht mehr vorgesehen sind[4].

Diese erhöhte Speicherkapazität, verbunden mit einer um mehrere Zehnerpotenzen erhöhten internen

---

[1] Das Kanalprinzip ist erläutert bei M. Graef, R. Greiller, B. Hecht, Datenverarbeitung im Realzeitbetrieb. München-Wien 1970, S. 67 - 74.

[2] Ein Byte wird gewöhnlich als die kleinste ansprechbare Speichereinheit bezeichnet.

[3] Die zusätzliche Ausrüstung findet ihre Grenze, wenn die Länge der Adreßregister ausgeschöpft ist. Beträgt diese z.B. 24 bit (= Elementarzustände), dann ist die Zahl $2^{24} - 1 = 16\,777\,215$ darstellbar. Im Beispiel ist dies die höchstzulässige Speicherkapazität.

[4] O.V., Laser-Computer - seit kurzem Realität. Bürotechnik, Automation und Organisation 1973/2, S. 107.

Rechengeschwindigkeit, ist eines der gewichtigsten Argumente im Rahmen der Überlegungen, Rechenanlagen möglichst weitgehend zur Lösung des in Rede stehenden Allokationsproblems einzusetzen.

Einige spezielle Betriebsformen von Rechenanlagen sind zwar für die meisten Benutzer nicht relevant, machen sich bei großen Anlagen aber noch einmal sehr stark positiv in den Kostensätzen bemerkbar:

- Multicomputing, etwa in Form eines Duplexsystems: E i n e Anlage arbeitet z.B. im Real-Time-Betrieb; eine weitere, identisch ausgerüstete Anlage steht als Reserve zur Verfügung und übernimmt nur bei Vorliegen bestimmter Bedingungen automatisch die Arbeit der ersten Anlage. Während der Wartezeit kann die Reserveanlage effiziente Portefeuilles errechnen, auch auf die Gefahr hin, vor dem Arbeitsende abbrechen zu müssen[1].

- Multiprocessing[2]: Mehrere Rechenanlagen greifen auf e i n e n Arbeitsspeicher zu; bei gegebenem Speicher ergibt sich daraus eine bessere Nutzung und damit praktisch eine Erhöhung der Rechenkapazität.

Die Betriebsform "Datenfernverarbeitung" gewinnt in steigendem Maß an Bedeutung. Bezogen auf Portfolio-Selection bedeutet sie, daß die Rechenanlage nicht notwendig in unmittelbarer Nähe des Portfolio-

---

[1] Näheres zum Rechnerverbund siehe o.V., Computernetzwerke. IBM-Form 70158-o (Mai 1970).

[2] Vgl. E. Grochla, Begriffe aus dem Bereich der Automatischen Datenverarbeitung. 2. Aufl. Köln 1968, S. 96.

Managers installiert sein muß. Vielmehr ist es möglich, sie über beliebige Entfernungen zu benutzen. Bei fortgeschrittenen Formen kann man jederzeit und mit kurzen Antwortzeiten mit der Anlage kommunizieren[1], z.B.

die Daten der Wertpapiere eingeben;
die Plausibilität der Daten prüfen lassen;
effiziente Portefeuilles rechnen lassen;
die Zusammensetzung bestimmter Portefeuilles ausdrucken lassen.

Der Zugang zur Rechenanlage und ihre zeitgerechte Benutzung wird mithin durch die Datenfernverarbeitung erleichtert und erweitert[2]. Die auf diese Weise erreichte Anwenderfreundlichkeit des Computers ist sicherlich geeignet, den Einsatz solcher Anlagen für die Lösung von Anlageproblemen zu forcieren.

Eine nicht nur theoretische Möglichkeit, ein optimales Depot zu errechnen, ist schließlich durch Anlagen der sogenannten Mittleren Datentechnik (MDT) gegeben. Hierbei handelt es sich um Aggregate, die zunächst eine mittlere Position zwischen Buchungsmaschinen und dem unteren Leistungsbereich der EDV-Anlagen einnahmen. Ihre ständige Weiterentwicklung auf der einen Seite sowie der Bau von noch kleineren EDV-Anlagen auf der anderen Seite haben dazu geführt, daß sich die beiden Gerätetypen nunmehr überlappen. Die weit entwickelten MDT-Anla-

---

[1] Vgl. bei S.D. Hodges, P.G. Moore, a.a.O., S. 12 f.

[2] Siehe auch H. Hofer, Datenfernverarbeitung. Berlin-Heidelberg-New York 1973; U.E. Fischer, Teilnehmerbetrieb - Eine moderne Form der Nutzung von Rechensystemen. Köln-Braunsfeld 1973.

gen verfügen über sämtliche Komponenten und Eigenschaften, durch die sich elektronische Rechenanlagen ursprünglich auszeichneten. Der Unterschied zu EDV-Anlagen im herkömmlichen Sinn besteht darin, daß die Leistung der MDT in einigen Belangen (interne Geschwindigkeit, Zugriffszeiten) geringer ist. Er ist also nur quantitativer Natur. Allerdings kann die Speicherkapazität auch bei MDT 250 000 Einheiten betragen[1], genug, um auch umfangreiche Programme in vertretbaren Zeiten durchzuführen[2].
Da die Kosten der Rechenanlagenbenutzung je Zeiteinheit nach einer Faustregel innerhalb gewisser Leistungsbereiche im selben Ausmaß wie die Leistung der Anlage sinken, sind sie tendenziell von der benutzten Rechenanlage unabhängig. Dies gilt auch für die Relation EDV zu MDT. Vorteile bei der Anwendung der Portfolio-Selection-Modelle auf MDT-Anlagen ergeben sich also nicht im Hinblick auf die Kosten, jedoch steigt die Zahl der potentiellen Anwender der Modelle.

5.222 SOFTWARE[3]

Wenngleich nicht so stürmisch wie auf dem hardware-Sektor, so haben doch auch die durch die software gegebenen Möglichkeiten sehr bemerkenswert

---

[1] Siehe Systembeschreibung Nixdorf Systeme 880/85 und 900, S. 8 und S. 43.

[2] Siehe dazu u.a. L.J. Heinrich, Mittlere Datentechnik. 2. Aufl. Köln 1970. Daneben: A. Boge, Mittlere Datentechnik, in: Littmann, H.E. (Hrsg.): Handbuch der Maschinellen Datenverarbeitung. Stuttgart (fortlaufend).

[3] In allgemeiner Form sind dies Arbeitsanweisungen oder Verhaltenspläne für die Rechenanlage in Form von Programmen zur Lösung wohldefinierter Aufgaben. Hardware in Verbindung mit der entsprechenden software führt zur Arbeitsbereitschaft der Maschine. Siehe auch: K. Ganzhorn, K. Tjaden (Hrsg.): Was ist Software? Köln-Braunsfeld 1970.

zugenommen. Dabei interessieren vor allem die von den Rechenanlagenherstellern und von spezialisierten Unternehmen angebotenen Hilfen.

Der bereits angeführte, gegen früher vergrößerte und um ein Vielfaches schnellere interne Speicher kann in vielen Anlagen darüber hinaus noch einmal vergrößert werden. Der virtuelle Internspeicher wird durch ein Programmsystem geschaffen, welches dem Benutzer einen externen Direktzugriffsspeicher in einer Weise zur Verfügung stellt, als sei er ein realer Internspeicher. Diese Simulierung erleichtert dem Programmierer ein zum Teil kompliziertes und aufwendiges Teilgebiet seiner Arbeit beträchtlich, nämlich die Organisation der Daten und der Zugriffe auf externe Speicher[1].

Die für die Portefeuille-Bestimmung notwendigen Daten brauchen nicht mehr mit eigens zu entwickelnden Programmen verwaltet zu werden. Vielmehr kann man sich für die Eingabe, besonders aber für die Wartung der Daten der von den Rechenanlagenherstellern angebotenen Datenbankkonzepte bedienen. Diese Programmpakete haben ihre Bewährungsprobe bei den Rechenanlagenbenutzern teilweise schon bestanden. Sie sind durchaus geeignet, den Programmieraufwand im Vorfeld der Portfolio Selection zu verringern[2].

In gleicher Weise hat die Entwicklung geeigneter Programmsprachen Fortschritte gemacht. Neben einer Vielzahl von speziellen Sprachen, z.B. für Simulationen, statistische Auswertungen, information retrieval, Maschinenbedienung, sind auch Sprachen

---

[1] Siehe auch Verschiedene Autoren, Virtueller Speicher und virtuelle Maschinen. IBM Nachrichten Bd. 212 (1972), S. 349 ff.

[2] Vgl. H. Merten, Datenbankorganisation. Köln-Braunsfeld 1972.

entwickelt worden (und im praktischen Einsatz befindlich), die eine kompakte, effiziente Behandlung solcher Rechenprobleme ermöglichen, die den Matrizenkalkül erfordern. Im Rahmen der Portefeuille-Bestimmung läßt sich aber gerade dieser Kalkül sehr zweckmäßig anwenden[1].

Besondere Beachtung muß dem Multiprogramming gewidmet werden. Bestimmte sehr komplexe Programme, deren hauptsächliches Ziel eine möglichst gute Nutzung der hardware-Komponenten einer Anlage ist, werden Betriebssysteme genannt[2]. Das mit ihrer Hilfe realisierbare Verfahren des Multiprogramming wird oft schon in kleineren Anlagen angewandt. Man macht sich die Tatsache zunutze, daß eine Eingabe/Ausgabe-(E/A)-Operation, verglichen mit einer internen Operation, verhältnismäßig viel Zeit beansprucht[3]. Läuft nur e i n Programm ab, dann steht die Anlage während der Ausführung des E/A-Befehls intern still, denn die Daten können nicht eher bearbeitet werden, bis sie im Arbeitsspeicher zur Verfügung

---

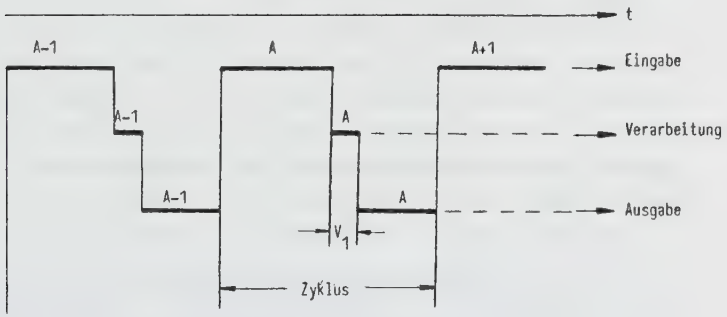
[1] Siehe die Beschreibung von MATLAN (MATrix LANguage): Programmbeschreibung System IBM/360 Matrizensprache MATLAN, IBM-Form 79995.

[2] Vgl. dazu R. Schmoldt, Betriebssysteme, in: K. Ganzhorn, K. Tjaden, a.a.O., S. 88-104. Daneben M. Graef, R. Greiller, G. Hecht, a.a.O., S. 45-53, S. 74-80.

[3] Interne Operationen (z.B. Addieren, Subtrahieren, Vergleichen) beziehen sich auf die im Arbeitsspeicher befindlichen Daten. Die Zahl der in 1 Sekunde durchführbaren Operationen kann, abhängig von der Anlage, um den Faktor 10^3 differieren; es seien 100 000 Operationen vorausgesetzt. Eine E/A-Operation veranlaßt eine Übertragung von Daten aus dem Arbeitsspeicher in eines der peripheren Geräte oder umgekehrt. Die Mechanik dieser Geräte arbeitet jedoch sehr viel langsamer als die Elektronik des Arbeitsspeichers. Der Zeitaufwand bewegt sich im Bereich von Tausendstelsekunden (Millisekunden), wobei die untere Grenze 2 Millisekunden beträgt. Während dieser Zeit können im Beispiel 200 interne Operationen ablaufen; bei schnellen Anlagen kann sich diese Zahl um mehr als das 100-fache erhöhen.

stehen. Abbildung 10 zeigt schematisch diese einfachste Form der Elektronischen Datenverarbeitung. Werden vier Zeiteinheiten für die Dateneingabe, eine Einheit für die interne Verarbeitung, drei Einheiten für die Datenausgabe angenommen, dann ist bei diesem Beispiel der ungepufferten Ein- und Ausgabe die Zentraleinheit nur 12,5 % der Gesamtzeit tätig[1].

Abbildung 10 - Auslastungsgrad der Zentraleinheit einer EDV-Anlage bei ungepufferter Ein- und Ausgabe



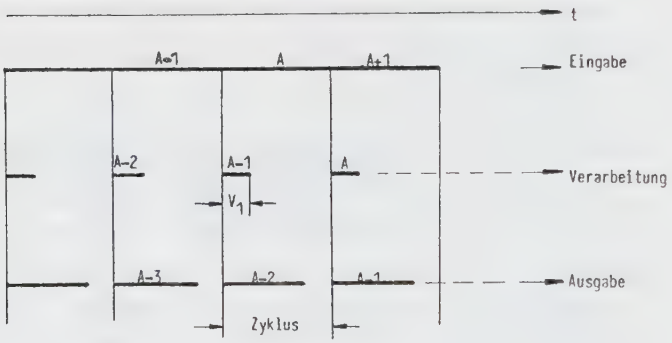
In der Zentraleinheit nicht genutzte Zeitlücke
L_1 = Zyklus - V_1.

Eine bessere Auslastung der Zentraleinheit zeigt sich bereits, wenn eine gepufferte Ein- und Ausgabe nur mit festen Pufferlängen vorhanden ist: Während über einen bestimmten Kanal der Datensatz A in den Eingabepuffer gelesen wird, verarbeitet die Zentraleinheit den Satz A - 1; parallel zu diesen beiden Aktivitäten wird der Satz A - 2 ausgegeben. Das Resultat besteht in einer Zentraleinheitsauslastung von 25 % (Abbildung 11).

---

[1] Im Beispiel sind konstante Programmzeiten je Datensatz vorausgesetzt.

Abbildung 11 - Auslastungsgrad der Zentraleinheit einer EDV-Anlage bei gepufferter Ein- und Ausgabe



In der Zentraleinheit nicht genutzte Zeitlücke L_2 = Zyklus - V_1.

Die Stillstandszeiten der Zentraleinheit bleiben auch bei weiteren Verfeinerungen der Pufferung beachtlich. Man nutzt sie, indem das weitere Programm 2 abläuft, und zwar solange, bis die Zentraleinheit wieder einen Datensatz für Programm 1 zur Verfügung gestellt bekommt.

Das skizzierte Verfahren wird in der Praxis z.T. auf mehr als ein Dutzend "gleichzeitig" ablaufender Programme ausgedehnt[1]. Das wesentliche Ergebnis einer solchen Prozedur besteht darin, daß

---

[1] Dennoch werden in der kaufmännischen Datenverarbeitung die Anlagen intern manchmal nur zu 30 - 40% genutzt. Verschiedene Autoren, Der virtuelle Speicher unter dem Betriebssystem OS/VS1. IBM Nachrichten, Bd. 216 (1973), S. 695-705, hier S. 697, 701, 703.

sich die Einzellaufzeiten nicht addieren. Würden z.B. für Programm C y Minuten benötigt, dann mag sich der Zeitaufwand auf 1,5 y erhöhen, wenn neben C zehn oder zwölf Programme ablaufen[1].

Der Effekt des Multiprogramming beruht demnach darauf, daß die durch E/A-Operationen entstehenden Zeitlücken L durch das interne Abarbeiten anderer Programme zum Teil ausgefüllt werden[2].

Offenbar hängt das Ausmaß des Effekts von der Art der gleichzeitig zu bearbeitenden Programme ab. Wären alle zu einem Lauf vereinigten Programme sehr stark E/A-intensiv - z.B. reine Datenübertragung von einem externen Speicher auf einen anderen -, dann werden sich die Einzellaufzeiten größtenteils addieren. Der Anteil der internen Verarbeitung ist nämlich zu gering, um die beschriebenen Zeitlücken stark zu füllen. Andererseits ist die Zusammenfassung von rechenintensiven Programmen nicht sehr sinnvoll, denn dann entstehen zu wenig Lücken. Demzufolge erreicht man das beste Ergebnis, wenn sowohl E/A- als auch rechenintensive Programme zu einem Maschinenlauf zusammengestellt werden. Nun zeichnen sich viele Programme der für die Anwendung der Portfolio-Selection-Theorie prädestinierten Rechenanlagenbenutzer (u.a. Banken, andere Finanzinstitutionen, Pensionsfonds) gerade durch eine hohe E/A-Intensität aus. Andererseits ist ein Aus-

---

[1] Die Einzellaufzeiten sämtlicher Programme seien gleich oder kleiner als für C.

[2] Näheres zum Multiprogramming siehe u.a. bei M. zur Nieden, Maschinelle Datenverarbeitungssysteme in der Unternehmung. Wiesbaden 1971, S. 135 ff.; S. Dworatschek, Einführung in die Datenverarbeitung. 5. Aufl. Berlin - New York 1973, S. 321.

wahl- oder Revisionsmodell besonders rechenintensiv. Unter Umständen könnte also der Algorithmus für die Wertpapierauswahl ablaufen, ohne die Laufzeiten anderer Programme stark zu beeinträchtigen.

5.223 ZUSÄTZLICHE ARGUMENTE

Der überwiegende Teil der installierten Rechenanlagen wird durch die Benutzer von den Herstellern gemietet. Die Mietverträge sehen in der Regel vor, daß als Gegenleistung für die Zahlung des Mietpreises die Anlage monatlich eine bestimmte Zahl von Stunden genutzt werden kann. Seit einigen Jahren sind die Mietpreise für die Benutzung über die Normstunden hinaus sehr gering. Abhängig von der Art der Komponenten betragen sie z.T. 10 %, unter bestimmten Umständen 0 % des Preises einer Normstunde. Damit ist das Verhältnis Leistung/Preis der Rechenanlagen noch einmal fühlbar verbessert worden[1].

---

[1] Diese Tatsache allein erhellt, wie willkürlich in modern ausgestatteten Rechenzentren die Zuteilung von Maschinenkosten auf ein bestimmtes Programm vorgenommen wird. Soll das Programm 5-mal so stark belastet werden wie ein anderes, nur weil letzteres zu einer Zeit lief, als die Rechenanlage 20 % der normalen Miete kostete? Beim Multiprogramming ergibt sich eine ähnliche Fragestellung. Siehe dazu: H. Marwedel, Die Problematik der Kostenerfassung und -zuordnung bei Datenverarbeitung im Multiprogramming-Betrieb, in: E. Grochla (Hrsg.): Die Wirtschaftlichkeit automatisierter Datenverarbeitungssysteme. Wiesbaden 1970, S. 243-247.

5.23 ERGEBNIS

Es wurde eine Vielzahl von Argumenten aufgeführt, die die Bedenken gegen einen Einsatz von Rechenanlagen für die dieser Arbeit zugrunde liegende Aufgabe ausräumen. Der Entwicklungsstand sowohl hinsichtlich der hardware als auch der software ist soweit fortgeschritten, die Kosten sind soweit gesunken, daß ein Fernhalten solcher Aufgaben von den Anlagen heute als ein Anachronismus anmuten muß.

Aber auch bei weniger erfolgreicher Entwicklung der EDV wäre es nicht ohne weiteres gerechtfertigt, auf ein Verfahren auszuweichen, welches zwar Rechenzeit erspart, aber dafür ein weniger ertragreiches Portefeuille liefert. Vor einer solchen Entscheidung muß zunächst geprüft werden, ob die Einsparung an Rechenkosten größer ist als der Erwartungswert des Minderertrages des Depots. Schon bei mittelgroßen Depots wird diese Frage in der Regel jedoch negativ beantwortet werden müssen.

Alle diese eher technischen Gegebenheiten sollten jedoch nicht den Blick für das Wesentliche verstellen: "Die beachtliche Verfeinerung der Rechentechniken darf .. nicht darüber hinwegtäuschen, daß bereits in der ersten Stufe des Planungsvollzugs Quantifizierungsprobleme auftreten, welche die Effizienz der Kapitalanlage in einem als effizient oder optimal errechneten Budget immer dann in Frage stellen, wenn die Daten auf fehlerhaften Schätzungen beruhen"[1].

---

[1] Vgl. W. Neuhaus, a.a.O., S. 48.

5.3 DIE REALISIERUNG DES OPTIMALEN PORTEFEUILLES[1]

Die Verteilung einer Anlagesumme auf bestimmte Aktien ist das Ergebnis einer erstmaligen oder einer Revisionsauswahl. Die Aktienbörse ist der Ort, an dem die aus dem Entscheidungskalkül resultierenden Anweisungen in Käufe (bei einer Umschichtung des Depots auch in Verkäufe) umgesetzt werden. Angesichts der zum Teil ausgeprägten Marktenge an den deutschen Börsen kann eine Realisierung dann eventuell zu Schwierigkeiten führen, wenn die umzusetzenden Volumina einen gewissen Umfang annehmen. Der Grund dafür ist die Tatsache, daß nur in wenigen Dutzend Aktien soviel freies Material vorhanden ist, daß auch ein wenig größere Orders ohne große Kursausschläge untergebracht werden können[2]. Denn

---

[1] Die nachstehenden Ausführungen gelten nur für Aktien, da der inländische Markt für Rentenwerte als ausreichend breit angesehen wird.

[2] Börsenfachleute schätzen, daß ein ausreichend breiter Markt in ungefähr 50 Aktien vorhanden ist. Sie verteilen sich wie folgt:

Autoindustrie	2
Banken	7
Chemische Industrie	3
Elektroindustrie	4
Energieerzeugung und -verteilung	5
Kaufhäuser	3
Maschinenbau	7
Stahlerzeugung und -verarbeitung	6
Verkehr	2
Versicherungen	2
diverse Wirtschaftszweige	7

Wegen der in vielen Branchen feststellbaren Diversifizierung der Unternehmensaktivitäten wird der Aussagewert einer solchen Abgrenzung immer zweifelhafter; dennoch vermittelt die Aufstellung einige Anhaltspunkte über die Verteilung der Gewichte.

dies ist das Problem: Soll eine bestimmte Zahl von Stücken einer Aktie angeschafft oder verkauft werden, dann kann dies an einem Börsentag geschehen. Allerdings könnte dieser Auftrag Kursänderungen induzieren. Verteilt man die Abwicklung des Auftrags jedoch auf mehrere Tage, dann läuft man Gefahr, daß sich die Kurse während dieses Zeitabschnittes ändern. In beiden Fällen mag das optimale Depot zwar bezüglich seiner Zusammensetzung zustandekommen, es wird aber von der Preisseite her nicht mehr optimal sein[1]. Diese Wahrscheinlichkeit wächst, wenn eine Konzentration von Aufträgen nach einer Seite vorliegt, z.B. bei einem eindeutigen wirtschaftspolitischen Signal[2].

In ähnlicher Weise wie bei der noch zu erörternden Umschichtung eines bestehenden Portefeuilles ist auch dieses Realisierungsproblem keine systemimmanente Schwierigkeit des MARKOWITZ-Systems. Diese Frage wird bei jedem Auswahlverfahren aufgeworfen, auch bei der heute noch überwiegend angewandten intuitiven Methode. Die Ursache liegt nur in der Enge des Aktienmarktes in der Bundesrepublik Deutschland[3]. Eine theoretische Lösungsmöglichkeit besteht darin, den Kurs einer Aktie als Variable darzustellen, auf die die Nachfrage der anderen Marktteilnehmer einwirkt[4]. Man wird mit Recht annehmen

---

[1] Kursbewegungen von 1 % von einem Tag zum anderen zeigt sogar der Börsenindex recht häufig.

[2] Im einzelnen siehe hierzu H.E. Büschgen (1970), a.a.O., S. 55 ff.

[3] Dieses Problem ist in der anglo-amerikanischen Literatur nirgendwo angesprochen worden, weil die Märkte in den USA, aber auch in Großbritannien breiter sind als in der Bundesrepublik Deutschland.

[4] Offenbar hat Brockhoff als erster diese Erweiterung ins Auge gefaßt, K. Brockhoff, Zum Problem des optimalen Wertpapierbudgets. Unternehmensforschung 1967, Band 11, H. 1, S. 162-172.

können, daß der Kurs bei überwiegenden Verkäufen sinkt. Alle Vermutungen über die Form der Kurve stehen aber wegen ihres stochastischen Charakters als einer Summe von Zufallsvariablen auf schwachen Füßen. Zudem müßte diese Abhängigkeit in den Algorithmus eingebaut werden.

Ein wenig praktikabler, wenngleich bei weitem nicht so elegant wie durch die direkte Berücksichtigung der induzierten Kursschwankungen, erscheint folgende Überlegung: Zunächst wird unabhängig von eventuellen Realisierungsschwierigkeiten prophylaktisch ein Portefeuille ausgewählt. Sodann rechnet man ein weiteres, welches sich durch eine Vielzahl von Restriktionen auszeichnet, die die Anteile der einzelnen Papiere betreffen. Börsenfachleute haben oft ein Gespür dafür, welcher Umsatz in einem bestimmten Wert getätigt werden darf, ohne starke Auswirkungen auf den Kurs befürchten zu müssen. Diese Schätzungen werden dem Algorithmus als Obergrenze der zu erwerbenden Titel angegeben. Der Vergleich des ersten mit dem zweiten Depot wird ergeben, daß letzteres allenfalls ein gleich gutes, in der Regel aber schlechteres Ergebnis erbringen wird als das erste. Die Differenz aus beiden Ergebnissen ist der Erwartungswert des Minderertrags bei Realisierung des zweiten Portefeuilles. Diesen Betrag vergleicht man mit dem Verlust, der dann entsteht, wenn keine Restriktionen gesetzt werden und man induzierte Kursänderungen erwarten muß. Es wird jenes Portefeuille erworben, welches den geringeren Erwartungswert des Verlusts verspricht.

Ein wesentlicher Nachteil entsteht jedoch dadurch, daß tendenziell eine Vielzahl von Werten im Depot enthalten sein wird. Dadurch wird es unübersichtlich, und der Verwaltungsaufwand steigt. Auch ist keine Gewähr gegeben, daß die tatsächlichen

Kursänderungen nicht doch stark von den Erwartungswerten abweichen. - Insgesamt fehlt es für den Aktienmarkt der Bundesrepublik auf diesem Sektor des großen Budgets noch an einer überzeugenden Lösung. Beachtet man die Vielzahl der Umschichtungsprozesse, durch die eher Instabilität als Stabilität in den Markt getragen wird, dann stellt sich der Schwierigkeitsgrad des Problems noch deutlicher dar.

5.4 DIE REVISION DES PORTEFEUILLES

Auf dem Weg von der Wertpapieranalyse bis zur Einnahme des Kapitalertrages aus der gewählten Investition stellt das Auswahlverfahren nur einen Schritt dar. Für den - hier auszuklammernden - Fall, daß das Portefeuille bis zum Planungshorizont unangetastet bleibt, ergeben sich keine weiteren Probleme.

Im allgemeinen wird die augenblickliche Zusammensetzung des Depots jedoch nur bis auf weiteres konstant bleiben. Früher oder später wird sich die Notwendigkeit einer Überprüfung herausstellen, die Anlaß zur Revision des Portefeuilles sein kann[1]. Dies gilt unabhängig davon, mit welchem Auswahlverfahren das Depot aufgebaut wurde. Es ist losgelöst von der Anzahl der bei der Auswahl zugrunde gelegten Perioden[2]. Das Umschichtungsproblem ergibt sich so-

---

[1] Revision wird in diesem Zusammenhang gleichgesetzt mit Umschichtung. Darunter versteht man den Austausch gewisser oder sämtlicher Teile des Depots gegen andere Wertpapiere.

[2] Die davon abhängige Häufigkeit der Revision wird zunächst außer acht gelassen.

mit für alle bestehenden Depots.

Gründe für Revisionsüberlegungen können offenbar nur in den Charakteristika liegen, die Grundlage des Auswahlverfahrens waren:

- Der Anleger beschränkt die Investitionsdauer nicht mehr auf e i n e Periode. Dann kommt ein mehrperiodisches Auswahlverfahren zur Anwendung.

- Neue Informationen betreffend die Grundgesamtheit der Wertpapiere sind vorhanden:

  i) neue Werte kommen hinzu;

  ii) bisher vorhandene Werte entfallen, z.B. durch freiwillige oder erzwungene Aufgabe der wirtschaftlichen Betätigung, Übernahmen und Abfindungen;

  iii) Schätzungen der Rendite und/oder der Varianz und/oder der Kovarianz der vorhandenen Wertpapiere ändern sich. Die auslösenden Momente können makroökonomischer Art sein, wie z.B. die gesamtwirtschaftliche Entwicklung. Sie können aber auch mikroökonomisch begründet sein, z.B. durch einen Unternehmensvertrag zwischen zwei Aktiengesellschaften[1]. Der Ertrag je Aktie des beherrschten Unternehmens könnte durch eine garantierte Dividende oder durch das Image des übernehmenden Unternehmens positiv beeinflußt werden. Als Folge davon wird vielleicht die Varianz der Rendite sinken, während die Kovarianz zwischen den beiden Papieren stark steigt.

- Der zur Verfügung stehende Anlagebetrag kann sich ändern.

---

[1] §§ 291, 292 AktG.

Angesichts der Vielfalt der einwirkenden Faktoren und ihrer in der Praxis zu beobachtenden Änderungshäufigkeit wird die Notwendigkeit eher noch betont, die Revision in die Überlegungen miteinzubeziehen. Sie muß als ebenso wichtig wie die erstmalige Auswahl betrachtet werden und tritt gleichberechtigt an ihre Seite. Nur in Verbindung mit einem Revisionskalkül ist langfristig der Vorteil einer Depotbildung mit einem Auswahlalgorithmus gesichert. Um so erstaunlicher ist, daß eine schon 1967 getroffene Aussage weitgehend aufrechterhalten werden kann, wonach kaum Arbeiten über das schwierigste Problem des Portfolio-Managers veröffentlicht sind, nämlich über die Revision des Depots[1].

Zur Einführung wird der - eventuell unrealistische - Fall betrachtet, daß das bestehende Depot nur am Ende einer vorgegebenen Periode zwecks Umschichtung überprüft wird. Über die Länge der Periode wird zunächst keine Aussage getroffen.

5.41 EINPERIODISCHE BETRACHTUNG

Grundsätzlich wird sich eine Portfolio-Umschichtung technisch nicht sehr wesentlich von der ersten Auswahl unterscheiden. Hier wie dort muß eine Aufteilung der Anlagesumme vorgenommen werden; in ersterem Fall ist jedoch zu beachten, daß eventuell bereits Teile des zu bestimmenden Portfolios vorhanden sind. Es kommt demnach in Betracht, für jeden Revisionslauf den MARKOWITZ-Algorithmus zu verwenden. Aus der Vielzahl der bereitgestellten Depots kann dann wiederum jenes herausgegriffen werden, wel-

---

[1] Vgl. K.V. Smith, A Transition Model for Portfolio Revision. JoF 1967/3, S. 425-439, hier S. 425.

ches dem Portfolio-Manager zusagt. Ein Vergleich mit dem bisherigen Depotinhalt zeigt ihm, welche Wertpapiere insgesamt, zum Teil oder gar nicht ausgetauscht werden müssen. Danach kann er die variablen Umschichtungskosten ausreichend genau abschätzen, eine Neubewertung des vorhandenen Depots anhand der neuen Informationen vornehmen und daraufhin eine Entscheidung über die Zweckmäßigkeit einer Umschichtung fällen. Jedoch darf nicht übersehen werden, daß die Umschichtungskosten sicher sind, während für die Rendite nur Erwartungswerte existieren.

Eine Alternative haben neben anderen[1] CHEN, JEN und ZIONTS entwickelt[2]. Die bisherige Schätzung der Transaktionskosten war für sie Anlaß, die Berücksichtigung dieser - von ihnen als proportional betrachteten - Kosten durch das Modell anzustreben. Dadurch sollte vermieden werden, was bei nur angenäherter Bestimmung der Transaktionskosten immerhin möglich ist: eine Überforderung der finanziellen Mittel des Anlegers im Rahmen einer Umschichtung. Im einzelnen werden folgende Definitionen getroffen[3]:

α_k absoluter Betrag des k-ten Wertpapiers im Depot zu Beginn der ersten Periode (α_0 = Kasse);

β_k absoluter Betrag des k-ten Wertpapiers im Depot vor der Revision;

γ_k absoluter Betrag des k-ten Wertpapiers im Depot nach der Revision, γ_1 ist analog definiert;

δ_k Erhöhung des Betrages des k-ten Wertpapiers durch die Revision;

---

1 Z.B. J. Mossin, Optimal Multiperiod Portfolio Policies. JoB 1968/2, S. 215-229; K.V. Smith (1967) a.a.O.

2 A.H.Y. Chen, F.C. Jen, S. Zionts, The Optimal Portfolio Revision Policy. JoB 1971/1, S. 51-61.

3 Vgl. A.H.Y. Chen, F.C. Jen, S. Zionts, a.a.O., S. 52 ff.

ω_k Ermäßigung des Betrages des k-ten Wertpapiers durch die Revision;
B_k = prozentuale Kosten beim Ankauf des k-ten Wertpapiers, S_k = prozentuale Kosten beim Verkauf des k-ten Wertpapiers; aus Gründen der Vereinfachung hier zusammengefaßt zu

C prozentuale Kosten beim Wertpapierumsatz;

R_k Erwartungswert der Rendite des k-ten Wertpapiers in der nächsten Periode;

δ_{kl} geschätzte Kovarianzen der Wertpapiere untereinander;

λ Maß für die Risikoneigung des Investors;

(k, l = 0,1,2,...,N).

Das System besteht aus den Formeln (44) bis (47), wobei die ersten drei Restriktionen darstellen:

$$(44)\quad \alpha_k, \beta_k, \gamma_k > 0^1$$

(Leerverkäufe werden nicht vorgenommen.)

$$(45)\quad \delta_k - \omega_k = \gamma_k - \beta_k$$

(Die Änderung des Anteils eines Wertpapiers im Depot ergibt sich aus dem Stand vor und nach der Revision.)

$$(46)\quad \sum_{k=0}^{N} \gamma_k = \sum_{k=0}^{N} \beta_k - \sum_{k=0}^{N} (\delta_k - \omega_k)\, C$$

---

[1] CJZ schließen die Reduzierung des k-ten Papiers auf den Wert 0 während der Periode offenbar aus, denn sonst müßte $\beta_k \geq 0$ sein.

(Der Wert des Depots nach der Revision ist gleich dem Wert vor der Revision minus Transaktionskosten.)

Die Zielfunktion lautet:

$$(47)\ \underset{\gamma_k}{\text{Max.}}\left[\sum_{k=o}^{N}(1 + R_k)\gamma_k - \lambda\left(\sum_{k=o}^{N}\sum_{l=o}^{N}\gamma_k\gamma_l\delta_{kl}\right)\right]$$

(Es ist der Erwartungswert der Rendite des eingesetzten Kapitals zu maximieren; die Risikokomponente berücksichtigt man dadurch, indem sie, mit dem Maß für die Risikoneigung λ multipliziert, von der Rendite subtrahiert wird.)

Das Ergebnis dieser Revision besteht aus einem wohldefinierten Portefeuille[1]. CJZ gehen davon aus, daß die Prozeduren für die Computerberechnungen dieses ebenfalls quadratischen Ansatzes zur Verfügung stehen. - Im Modell ist zwar der variable Teil der bei der Depotverwaltung anfallenden Kosten

---

[1] Vgl. A.H.Y. Chen, F.C. Jen, S. Zionts, a.a.O., S. 53 ff.

erfaßt[1]. Der restliche Anteil hat jedoch ebenfalls Gewicht. Das Modell sichert in der Tat die Zahlung der variablen Transaktionskosten. Aber kaum ein Anleger wird seine Liquidität so stark anstrengen, daß er nicht mehr die An- und Verkaufskosten vorfinanzieren könnte[2]. Im Gegenteil ist es bei den Anlegern aus Vorsichtsgründen guter Brauch, in jedem Fall eine Kassenreserve zu halten.

---

[1] "costs associated with buying or selling an earning asset", ebenda, S. 51. Gliedert man die im Zusammenhang mit einem Depot entstehenden Kosten auf, dann ergeben sich für die Bundesrepublik Deutschland:

a) von der Zahl der Stücke eines Wertpapiers im Depot weitgehend unabhängige (fixe) Kosten:

Verwaltungskosten (Büro, Personal etc.);

b) von der Zahl der Stücke eines Wertpapiers im Depot weitgehend abhängige (variable) Kosten:

Börsenumsatzkosten
Maklercourtage
Provisionen
Depotgebühren der Wertpapiersammelbank;

c) weder den fixen noch den variablen Kostenarten eindeutig zurechenbare Kosten für

Datenerfassung
Research
Rechenanlagenbenutzung.

Offenbar beschränken sich CJZ auf b).

[2] In der Bundesrepublik Deutschland sind die An- und Verkaufskosten gleich hoch und betragen z.Z. für einen Vorgang im Normalfall ungefähr 1,3 % des Umsatzes. Kleinstaufträge, für die diese proportionale Beziehung nicht gilt, können hier zunächst außer Betracht bleiben. Im einzelnen siehe dazu Abschnitt 7.6.

Weiterhin ist zu beachten, daß an die Genauigkeit der Realisierbarkeit der aus dem Kalkül folgenden Umschichtungsanweisungen nicht zu hohe Anforderungen gestellt werden dürfen, da besonders bei engen Märkten das theoretisch optimale Portefeuille oft nicht erreicht wird[1]. Die Einbeziehung der (variablen) Transaktionskosten in die Rechnung trägt also zwar zur weiteren Quantifizierung der bei Börsengeschäften zu beachtenden Nebenumstände bei, ihre Bedeutung sollte jedoch nicht überbewertet werden.

Besonders fällt jedoch ins Gewicht, daß die unmodifizierte Anwendung dieses Revisionskalküls nicht selten zu falschen Entscheidungen führt. Das folgende einfache Beispiel mag als Erläuterung dienen.

Die charakteristischen Daten eines Depots sind wie folgt gegeben:

Name des Wertpapiers	Anteil am Depot in %	erwartete Rendite in %
A	40	8
B	50	10
C	10	6
Erwartete Depotrendite in %		8,8

Eine Revision führt zu folgendem anzustrebenden Depot:

Name des Wertpapiers	Anteil am Depot in %	erwartete Rendite in %
A	10	18
B	90	14
Erwartete Depotrendite in %		14,4

Die Umsätze zur Erreichung des neuen Standes betragen:

---

[1] Siehe den Abschnitt 5.3.

Verkauf von 30 % A
Ankauf von 40 % B
Verkauf von 10 % C

Insgesamt muß demnach der Portefeuillewert 0,8mal umgesetzt werden.

Folgt man der von CJZ gegebenen Anweisung, dann wäre umzuschichten, denn unter Einrechnung der Transaktionskosten in Höhe von 0,8 · 1,3 % erweist sich die Rendite des neuen Depots mit 13,36 % besser als die des vorherigen[1].

Varianz und Rendite des bisherigen Depotinhalts können jedoch ebenfalls aufgrund der zum Revisionszeitpunkt bekannten neuen Informationen bestimmt werden. Es ergibt sich für das bisherige Depot:

Name des Wertpapiers	Anteil am Depot in %	erwartete Rendite in %
A	40	18
B	50	14
C	10	-6
Erwartete Depotrendite in %		13,6

Damit weist das bisherige Depot eine niedrigere Rendite auf als das neue[2]. Dennoch ist es vorzuziehen, weil Transaktionskosten nicht anfallen und die Rendite schmälern.

Analog läßt sich auch für fallende und für negative Renditen zeigen, daß nach der Errechnung eines neuen Depots und vor der Umschichtung zunächst das

---

[1] Es wird eine Periode von 1 Jahr unterstellt; die Varianz sei in allen Fällen gleich groß.

[2] Die Neubewertung des bisherigen Depots kann keine höhere Rendite erbringen als seine Revision.

bisherige Depot bewertet werden muß, um die richtige Entscheidung abzuleiten. Allgemein lautet diese Entscheidungsregel:

> Eine Umschichtung ist nur dann vorzunehmen, wenn die Rendite des revidierten Depots minus entstehende Transaktionskosten größer ist als die des neubewerteten bisherigen Depots.

Ohne Beachtung dieser Regel kann die Portfoliorendite bei einer Periodenlänge von einem Jahr und einer Umschichtungshäufigkeit von nur 1 je Jahr maximal um 2 x 1,3 % = 2,6 % gesenkt werden.

Positiv nimmt sich aus, daß die Risikoneigung des Anlegers durch den Faktor λ explizit vorgegeben wird. Dadurch werden nur Portfolios zu dem gewünschten Risikobereich errechnet, woraus eine Reduzierung der Rechenzeit resultiert.

CJZ berücksichtigen das Risiko des Depots ebenfalls in Form der Varianz. Auch wegen der zunächst nicht kompatiblen Dimensionen der beiden Summanden in Formel (47) verwenden sie den Faktor λ, um eine Dimensionstransformation der Varianz zu erreichen. Diese Integration von Rendite und Risiko in einem Ausdruck hat keinen Einfluß auf die Bestimmung des optimalen revidierten Portefeuilles; sie läßt jedoch die erwartete Rendite nicht erkennen.

Insgesamt erscheint der MARKOWITZ-Ansatz für die Portfolio-Revision als die überlegene Alternative. Dies gilt insbesondere, wenn die z.T. engen Aktienmärkte in der Bundesrepublik Deutschland in die Betrachtung einbezogen werden, die die Realisierung des optimalen Depots beeinträchtigen können. In diesem Fall stellt die Erfassung eines Teils der mit der Umschichtung verbundenen Kosten bei CJZ kaum einen Fortschritt dar.

5.42 MEHRPERIODISCHE BETRACHTUNG

Die Annahme, die Investoren seien oft längerfristig orientiert, hat zur Entwicklung von Auswahlmodellen geführt, die diesem Umstand Rechnung tragen sollen[1]. Folgerichtig sind auch in bezug auf die Umschichtung Überlegungen für den mehrperiodischen Fall angestellt worden.

Offenbar besteht eine Möglichkeit der langfristigen Anlage darin, ein Portfolio an Hand der in t_o gegebenen Informationen auszuwählen und es sodann über n nicht notwendig gleich lange Perioden ungeändert durchzuhalten. Eine andere Möglichkeit ist dadurch gegeben, ebenfalls in t_o auszuwählen und aufgrund der geschätzten Daten für alle Wertpapiere in allen Perioden die Termine der Revision und die neuen Depotzusammensetzungen einmalig festzusetzen. Zwischen diesen Extremen, die in starkem Ausmaß an der Realität vorbeigehen, liegt eine dritte Auffassung. Danach muß jede Depotumschichtung sowohl von der in den letzten Perioden erzielten Rendite als auch von den in die Zukunft gerichteten Informationen bestimmt werden[2]. Damit ist die Struktur eines mehrperiodischen Umschichtungsmodells treffend gekennzeichnet.

---

[1] Siehe die Abschnitte 7.2 und 7.3.

[2] Vgl. J. Mossin, a.a.O., S. 221.

Der rechentechnische Vorgang wird im allgemeinen wie folgt erklärt[1]: Zu Beginn der letzten Periode n innerhalb des Anlagezeitraums trifft der Anleger die letzte Entscheidung über die Zusammensetzung des Portefeuilles. Neben der Berücksichtigung neuer Informationen bestimmt insbesondere der nach Ablauf der vorletzten Periode n-1 erreichte Wohlstand W seine letzte Umschichtungsentscheidung. Mit anderen Worten: Der Erwartungswert E des Nutzens U, der mit der letzten Umschichtung verbunden wird, hängt von dem Wohlstand ab, der in Form des Portefeuilles nach dem Ende der vorletzten Periode bereits vorhanden ist:

$$(48) \quad E(U(W_n)) = f(W_{n-1})$$

In derselben Weise hängt der zu Beginn der vorletzten Periode n-1 zu fällende Entscheid ab vom Stand der Wohlfahrt am Ende der drittletzten Periode n-2:

$$(49) \quad E(U(W_{n-1})) = f(W_{n-2})$$

Allgemein ergibt sich

$$(50) \quad E(U(W_{n-i})) = f(W_{n-i-1}) \quad (i=1,2,\ldots,n-1)$$

Das bedeutet, daß in t_o ein Revisionsplan für sämtliche t_i erstellt wird. Dafür müssen Renditeverteilungen zu jedem Wertpapier für jede Periode

---

[1] Siehe dazu u.a.: H. von Falkenhausen, Optimallösung für Entscheidungsfolgen - Ermittlung durch analytische Methoden (dynamic programming) und Simulation. IBM-Form 78105; P. Stahlknecht, Operations Research, Teil 1: Input-Output-Modelle/ Optimierungsverfahren, Beiheft 6 zu "elektronische Datenverarbeitung", S. 48 f.; J. Mossin, a.a.O., S. 221; E.F. Fama, Multiperiod Consumption-Investment Decisions. AER 1970/1, S. 163-174, hier S. 165.

bekannt sein[1]. Ausgangspunkt ist das in t_n zu bildende Portfolio. Daraus ergibt sich die Entscheidung, welches Portfolio in t_{n-1} gewählt werden muß, um als Basis für die Auswahl in t_n zu dienen usw. Mit anderen Worten: Jedes zeitlich folgende Portfolio wird als vom vorherigen abhängig betrachtet. Als Verfahren zur Auflösung des so bestimmten rekursiven Systems kann die Dynamische Programmierung herangezogen werden[2].

Auch CJZ gehen bei ihrem mehrperiodischen Ansatz von diesen grundsätzlichen Überlegungen aus. Ihr Planungshorizont erstreckt sich über T Perioden. Aufbauend auf dem einperiodischen Modell (siehe die Gl. (44) bis (47)) mit unveränderten Symbolen geben CJZ als Zielfunktion an:

$$(51)\ \overset{\text{Max.}}{\gamma_{kT}} \left[E(U_T) = \sum_{k=o}^{N} (1 + R_{kT}) \gamma_{kT} - \lambda \left(\sum_{k=o}^{N} \sum_{l=o}^{N} \gamma_{kT} \gamma_{lT} \delta_{kT,lT} \right) \right]$$

(Der Erwartungswert des Nutzens des eingesetzten Kapitals ist bis zum Ende der T-ten Periode zu maximieren, wobei die Risikoneigung des Investors durch den Faktor λ berücksichtigt wird.)

---

[1] So K.V. Smith, Alternative procedures for revising investment portfolios. JoFQA 1968/1, S. 371-403, hier S. 402; implizit wird diese Prämisse gesetzt bei E.J. Elton, M.J. Gruber, Dynamic Programming applications in finance. JoF 1971/2, S. 473-505, hier S. 475 und 491; J. Mossin, a.a.O., S. 221 f.; R.H.Y. Chen, F.C. Jen, S. Zionts, a.a.O., S. 56 f.

[2] Siehe auch R.L. Winkler, C.B. Barry, A Bayesian Model for Portfolio Selection and Revision. JoF 1975/1, S. 179-192, hier S. 184.
Die retrograde Auflösung ist nicht das Charakteristikum der Dynamischen Programmierung, sie dient nur der Verkürzung des Rechenweges. Ein instruktives Beispiel zur Rückwärtsoptimierung siehe bei E.J. Elton, M.J. Gruber, a.a.O., S. 474 ff.

Auch die einzuhaltenden Restriktionen sind aus dem einperiodischen Modell übernommen und nur um T erweitert worden:

$$(52)\quad \gamma_{kT},\ \delta_{kT},\ \omega_{kT} \geq 0$$

$$(53)\quad \delta_{kT} - \omega_{kT} = \gamma_{kT} - \beta_{kT}$$

$$(54)\quad \sum_{k=o}^{N} \gamma_{kT} = \sum_{k=o}^{N} \beta_{kT} - \sum_{k=o}^{N} (\gamma_{kT} + \omega_{kT})\ C$$

Auf der Grundlage der für jedes t gegebenen (geschätzten) Daten je Wertpapier und der gleichfalls als bekannt unterstellten Umschichtungszeitpunkte ermittelt das Modell (Gl. (51) bis (54)) die optimale Depotrevision für jedes $t \leq T$.

Die in der Regel während jeder Periode eingehenden neuen Nachrichten und / oder der tatsächliche Portefeuillewert der letzten Periode werden es jedoch erforderlich machen, zu Beginn jeder Periode einen neuen Revisionsplan zu errechnen. Dies ist gleichbedeutend mit der Aussage: Es wird eine Revision des Revisionsplanes vorgenommen. Die Datengewinnungs- und Rechenarbeiten für sämtliche $t_{aktuell} < t < T$ sind mithin zu wiederholen. "In practice, of course, the a c t u a l outcome of the first period and the changing expectations on returns and riskiness of assets will force an investor to use the model to optimize again at the end of the first period"[1]. Dabei müssen sämtliche die noch ausstehenden Perioden betreffenden neuen

---

[1] A.H.Y. Chen, F.C. Jen, S. Zionts, a.a.O., S. 60; (Hervorhebung im Original).

Informationen in das Modell eingegeben werden. Der Zeitbedarf für Rechenanlagen vermindert sich mit der Annäherung an den Planungshorizont immer mehr. Er bleibt aber auch dann, wenn nur wenige Perioden in die Berechnung eingehen, selbst nach heutigen Maßstäben immens[1].

Eine noch weitergehende Verfeinerung der Revisionsmodelle haben MERTON und SAMUELSON vorgenommen. Das System von CJZ ist auf diskrete Perioden ausgerichtet, daneben wird angenommen, daß der Portefeuille-Gewinn jeweils zur Gänze reinvestiert wird[2]. MERTON[3] hat einen Ansatz für den kontinuier-

---

1 A.H.Y. Chen, F.C. Jen, S. Zionts geben an, daß für eine Portfoliorevision $(2^n - 2)^{t-1}$ quadratische Programme errechnet werden müssen, wobei n die Zahl der eingehenden Wertpapiere, t die Zahl der Perioden bedeutet (a.a.O., S. 59). Für n = 50 und t = 3 ergeben sich zunächst selbst dann noch astronomische, jenseits aller Möglichkeiten liegende Rechenzeiten, wenn 10^6 Programme je Sekunde gerechnet würden. Ganz zu schweigen von Hakanssons Vorstellungen, der long run mit 30 - 100 und very long run mit >100 Perioden definiert (N.H. Hakansson (1971a), a.a.O., hier S. 873, Fußnote 8). Allerdings ist zu bedenken, daß diese Rechenzeiten nur dann erreicht werden, wenn sämtliche theoretischen Möglichkeiten durchgespielt werden. Es steht zu erwarten, daß durch Anwendung geeigneter Ausscheidungs- und Dominanzkriterien der weitaus größte Teil der nichtoptimalen Programme ohne Rechnung ausgesondert werden kann. Möglicherweise ergeben sich danach zumutbare Rechenzeiten. Daß sie durchaus in einem akzeptablen Rahmen gehalten werden können, zeigen G.D. Eppen, E.F. Fama, Solutions for cashbalance and simple dynamic portfolio problems. JoB 1968/1, S. 94-112, hier S. 106.

2 Insoweit handelt es sich um ein Kapitalwachstumsmodell.

3 R.C. Merton, Lifetime Portfolio Selection under uncertainty: The continuous-time case. RES 1969/2, S. 247-257.

lichen Fall entwickelt; SAMUELSON[1] bezieht in seine Überlegungen auch den Konsum mit ein. Über eine erneute Vergrößerung der Rechenschwierigkeiten hinaus stellt sich das Problem, die Periodengrößen Konsum, Rendite und Dividende entsprechend zu zerlegen.

Nach dieser Darstellung einiger grundsätzlicher Möglichkeiten bedürfen noch einige andere Fragen der Erörterung.

Zunächst ist zu untersuchen, welche Länge die einzelnen Perioden haben müssen, nach deren Abschluß jeweils ein Revisionslauf stattfinden soll. Dies ist gleichbedeutend mit der Frage nach den Revisionszeitpunkten. Maßgebend wird sein, ob von neuen Informationen solche starken Änderungen des Kursgefüges zu erwarten sind, daß eine Umschichtung notwendig wird. Dieses Timing-Problem wäre gelöst, wenn die Wendepunkte der Wertpapierkurse bekannt wären oder zutreffend vorhergesagt werden könnten. Angesichts der noch nicht überzeugenden Erfolge sowohl makroökonomischer als auch mikroökonomischer Ansätze verbleibt der Intuition bei der Vorherbestimmung von Kursumschwüngen bisher noch viel Raum. FAMA und BLUME haben durch Anwendung von Filtern einen Ausweg aus dieser Situation gesucht[2]. Im Zusammenhang mit der Portfolio-Umschichtung versteht man darunter eine mechanisch zu handhabende Regel, die anweist: Wenn der Kurs eines Papiers um y % über eine bestimmte Basis b steigt, kaufe dieses

---

[1] P.A. Samuelson, Lifetime Portfolio Selection by Dynamic Stochastic Programming. RES 1969/2, S. 239-246.

[2] Siehe E.F. Fama, M.E. Blume, Filter Rules and Stock-Market Trading. JoB 1966/1, Part II, S. 226-241.

Papier. Fällt der Kurs um y %, dann verkaufe. Die in der Regel benutzten symmetrischen Filter haben nach beiden Seiten gleiche Abstände vom Basispunkt; asymmetrische Filter sind denkbar. Grundlage dieses Systems ist die Vermutung, daß ein Kurs sich eher in derselben Richtung weiterentwickelt als umgekehrt, nachdem er b $\pm$ y erreicht hat. - Die Autoren testeten Filter mit sehr unterschiedlicher Bandbreite gegen die Alternative, das in t_o ausgewählte Portfolio ungeändert zu lassen. Die Ergebnisse sprechen durchgängig gegen die Filtermethode. Resultate anderer Autoren, bei FAMA und BLUME angegeben, gehen in die gleiche Richtung.

Wenngleich die Rechenkosten (unabhängig von der Art des verwendeten Algorithmus) im Normalfall bei weitem nicht mehr das gleiche Gewicht wie früher haben[1], könnten sie bei oftmaligem Anfall doch beachtlich werden. Das Problem besteht darin, daß zunächst ein Revisionslauf auf einer Rechenanlage durchgeführt werden muß, ehe die Aussichten der Revision beurteilt werden können. Erst, nachdem diese Kosten entstanden sind, stellt sich aber heraus, ob sie durch das Ergebnis einer eventuellen Umschichtung überkompensiert werden. Mit anderen Worten: Die Entscheidungsvorbereitung ist bereits mit Kosten verbunden, denen oftmals kein Ertrag, und sei es nur ein erwarteter, gegenübersteht. Diese Überlegungen werden um so notwendiger, je umschichtungsfreudiger ein Anleger ist. Wegen der Vielzahl der Daten und wegen des großen Ausmaßes der Interdependenzen dürfte eine nichtmaschinelle Abschätzung, ob eine Revision realisiert werden soll oder nicht, nur in weni-

---

[1] Näheres siehe im Abschnitt 5.2.

gen Fällen erfolgreich sein[1]. Es verbleibt die Möglichkeit, die Abschätzung durch ein anderes Programm vorzunehmen. Dadurch würden allerdings wiederum Kosten entstehen. Das Problem bleibt bestehen, auf welche Ebene man es auch übertragen mag.

Die Praxis wird eventuell nach einiger Erprobungszeit Erfahrungswerte finden, mit deren Hilfe die Kosten der vergeblichen auf die erfolgreichen Form eines Zuschlagssatzes wieder eingerechnet werden. Dieses grobe Verfahren wird jedoch dazu führen, den. Dieses grobe Verfahren wird jedoch dazu führen, daß in manchen Fällen nicht umgeschichtet werden wird, weil sich die Rechenkosten erhöht haben. Aus einem solchen Versäumnis wiederum könnten negative Auswirkungen auf die Rendite des Portfolios erwachsen.

Unabhängig von dem zur Zeit nicht lösbar erscheinenden Problem, die Eingabedaten für sämtliche Perioden bereitzustellen, tritt im Rahmen der Datengewinnung eine weitere Schwierigkeit auf. Sie soll anhand eines Beispiels dargelegt werden. Ein Depot sei am 1.1. eines Jahres auf den 31.12. desselben Jahres ausgewählt und realisiert worden. Die geplan-

---

[1] In diesem Punkt zeigen sich Parallelen zum Modell der Linearen Programmierung: Durch vergleichsweise kleine Änderungen der Ausgangsgrößen kann sich die optimale Lösung stark verändern. Auch hier ist eine entsprechende Abschätzung nur sehr schwer möglich. - Jones-Lee erreicht gewisse globale Vorhersagen, wie sich isolierte oder simultane Änderungen der Charakteristika der einzelnen Wertpapiere auf die Zusammensetzung des neuen Depots auswirken werden. Er leitet Aussagen ab, ob die im Depot befindlichen Werte ihren Anteil vergrößern oder verringern werden. M.W. Jones-Lee, Some Portfolio adjustment theorems for the case of non-negativity constraints on security holdings. JoF 1971/3, S. 763-775.

te Periodenlänge betrug also ein Jahr. Am 20.1. werden Nachrichten bekannt, die die Wertpapiere A und B betreffen und eine Umschichtung des Depots notwendig erscheinen lassen. Da die geschätzten Daten sämtlicher in die Auswahl eingehenden Werte auf denselben Endzeitpunkt abgestellt sein müssen, d.h., da die geplante Periode für alle betrachteten Wertpapiere gleich lang sein muß, ist eine Entscheidung zu treffen. Entweder schätzt man auch für die Papiere A und B die Daten für das ursprüngliche Periodenende 31.12. Dann wird dieses Periodenende bei sämtlichen in diesem Jahr stattfindenden Revisionen beibehalten werden, auch dann, wenn kurz vor Jahresende umgeschichtet werden soll. Die Schätzungen würden in diesem Fall bei zunehmender Annäherung an das Jahresende den Unsicherheitscharakter immer mehr verlieren, die Notwendigkeit des Einsatzes des Algorithmus würde im selben Maße sinken. Oder man hält bei jeder Revision die projektierte Periode von 1 Jahr aufrecht (rollende Planung); das erfordert aber die Neubestimmung sämtlicher Daten bei jeder Revision. Dieser Aufwand ist beträchtlich[1].

Bei einer abschließenden Betrachtung des Problems darf nicht übersehen werden, daß selbst im - nur theoretisch möglichen - einperiodischen Fall wesentliche Schwierigkeiten auftreten. Bei der Erweiterung

---

[1] Überdies zeigt das Beispiel, daß angesichts der Ungewißheit über die Revisionszeitpunkte eine vorgegebene Periodenlänge sehr oft nicht eingehalten wird. (Es sei denn, das kürzestmögliche Intervall zwischen zwei Umschichtungen, ein Tag, würde als Periode definiert. Auf dieser Basis würde eine Umschichtung jedoch nur sehr selten vorgenommen, denn dann müßte der Gewinn eines Tages die Transaktionskosten überkompensieren.) Die Errechnung einer Erwartungsrendite wird deshalb problematisch.

auf mehrere Perioden werden Anforderungen an die Datenbeschaffung gestellt, die auf kürzere Sicht nicht erfüllbar erscheinen. Allein die an Sicherheit grenzende Wahrscheinlichkeit, daß der optimale Revisionsplan ständig der Überholung bedarf, läßt das Konzept der mehrperiodischen Portfolioumschichtung zumindest für die praktische Anwendung als kaum brauchbar erscheinen. Es ist daher zweifelhaft, ob die Autoren solcher Modelle deren Einsatz bei den täglichen Portfolio-Entscheidungen überhaupt beabsichtigen[1]. Darüber hinaus bedürfte es noch weitergehender als der bisher erzielten Fortschritte in der elektronischen Rechentechnik, um akzeptable Rechenzeiten zu erreichen.

---

[1] Vgl. auch E.J. Elton, M.J. Gruber, a.a.O., S. 502.

III. HAUPTTEIL: ALTERNATIVE MODELLE DER PORTFOLIO SELECTION

6 VEREINFACHUNGEN DES URSPRÜNGLICHEN MODELLS

Die angeblich große Zahl von Eingabedaten, die vom Wertpapieranalytiker für den MARKOWITZ-Ansatz zur Verfügung gestellt werden müßte, war erster Anlaß zu Überlegungen mit dem Ziel, diesen Aufwand durch spezielle Modelle auf ein tragbares Maß zurückzuführen. Ein weiterer Grund schien durch die Rechenzeiten auf elektronischen Anlagen gegeben, die zweifellos zu jener Zeit, als diese Modelle entwickelt wurden, ein größeres Gewicht hatten als in der Gegenwart.

Die verhältnismäßig hohen Rechenzeiten haben die damaligen Anstrengungen zweifellos gerechtfertigt; daß der erstgenannte Grund einer näheren Prüfung nicht standhält, wurde bereits dargelegt[1].

In den beiden folgenden Abschnitten wird eine stark gekürzte Darstellung der wesentlichen Teile dieser methodisch sehr eleganten Modelle gegeben. Sie beschreibt nur die zum Verständnis notwendigen Strukturen, insbesondere werden formale Ableitungen und rechentechnische Feinheiten vernachlässigt. Gerade bei diesen Modellen kann man sich mit einer verkürzten Beschreibung begnügen, weil die Ursachen, die Anlaß zur Entwicklung dieser Ansätze waren, inzwischen nicht mehr bestehen. Die Existenzberechtigung dieser vereinfachten Ansätze ist deshalb grundsätzlich in Frage gestellt[2].

---

[1] Vgl. den Abschnitt 5.1.

[2] Für Vergleichszwecke werden die Ergebnisse dieser Modelle in dieser Arbeit jedoch noch benötigt.

6.1 DIE DIAGONAL-FORM (EIN-INDEX-MODELL)

Den ersten und wesentlichen Schritt in Richtung auf eine Vereinfachung von MARKOWITZ' Modell tat SHARPE[1]. Seine Grundidee[2] läßt sich sehr kurz umreißen. Von der Kursentwicklung sämtlicher einzelner Wertpapiere wird angenommen, sie könne zu einer einzigen Einflußgröße in Beziehung gesetzt werden. Ein Wertpapier-Index I wird als eine adäquate Bezugsgröße betrachtet. Einige Wertpapierkurse werden sich weitgehend übereinstimmend mit diesem Index entwickeln, andere werden eventuell stärker davon abweichen. Unter diesen Umständen hat man den Indexstand am Ende der Periode und seine möglichen Abweichungen zu prognostizieren sowie eine Verknüpfung der Einzelkurse zum geschätzten Indexstand vorzunehmen. Mangels besserer Kenntnis und aus Gründen der Einfachheit wird unterstellt, durch eine lineare Verbindung würde der Sachverhalt zutreffend beschrieben. Diese Verknüpfung nimmt SHARPE mit Hilfe eines Regressionsansatzes vor:

$$(55)\quad R_i = A_i + B_i I + C_i \qquad (i = 1,2,\ldots,N)$$

R_i = Zufallsvariable, die die Werte R_{ik} mit den Wahrscheinlichkeiten $f(R_{ik})$ annehmen kann ($1 \leq k \leq s$); R_i bezeichnet die Rendite des Wertpapiers i;

A_i = Ordinatenabschnitt der Regressionsgeraden;

B_i = Steigung der Regressionsgeraden;

C_i = Zufallsbedingte Abweichung der geschätzten Einzelrendite von der tatsächlichen Rendite mit dem Mittelwert 0, die als

---

[1] Markowitz hat selbst erste Überlegungen in dieser Richtung angestellt, die in gewissem Ausmaß bereits konkretisiert waren: Vgl. bei H.M. Markowitz (1970), a.a.O., S. 96-101.

[2] Vgl. F.W. Sharpe (1963), a.a.O. sowie H. Müller (1969a), S. 101 ff.

normalverteilt gilt[1].

Bei diesem vereinfachten Modell entfällt die explizite Angabe der Kovarianzen der Wertpapiere untereinander; vielmehr gehen die Kovarianzen der Wertpapiere mit dem geschätzten Indexstand in Form der B_i in die Rechnung ein. Die von MARKOWITZ bekannte Kovarianzmatrix M enthält nur die Elemente M_{ii} (i = 1,2,...,N), d.h. die Varianzen der einzelnen Wertpapiere. Sämtliche anderen Elemente der Matrix enthalten den Wert 0. Auf diese Vereinfachung ist die von SHARPE und anderen Autoren[2] genannte kurze Rechenzeit zurückzuführen[3].

Zwar setzt der Ansatz folgende Daten als gegeben voraus:

- geschätzter Indexstand am Ende der Periode und seine Streuung;
- n Parameter A;
- n Parameter B;
- n Störterme C; insgesamt 3 n + 2 Daten.

Dies bedeutet jedoch nicht, daß diese Daten sämtlich vom Wertpapieranalytiker bereitzustellen sind. Vielmehr können auch in diesem Fall Rechenanlagen benutzt werden, um ihn zu entlasten. Zumindest die C_i lassen sich maschinell erzeugen, ohne daß die Qualität der Eingabedaten vermindert würde.

---

[1] Vgl. F.W. Sharpe, a.a.O., S. 281.

[2] Im einzelnen siehe Abschnitt 6.3.

[3] Die im Rechenprozeß vielfach vorzunehmende Invertierung der Matrix verkürzt sich auf die Berechnung der reziproken Werte der Diagonalelemente. Siehe dazu R. Zurmühl, Matrizen und ihre technischen Anwendungen. 4. Aufl. Berlin/Göttingen/Heidelberg 1964, S. 36.

Das Charakteristikum des SHARPE-Modells liegt somit in der stark vereinfachten Beschreibung der Abhängigkeiten zwischen den Wertpapieren. Die Vergröberung des Sachverhalts und die Außerachtlassung von beschaffbaren Informationen müssen sich allerdings negativ auf die Ergebnisse auswirken.

6.2 DIE MULTI-INDEX-FORM

So sehr das Ein-Index-Modell auch die Rechenzeiten verkürzte, konnte doch nicht übersehen werden, daß die vorausgesetzte Abhängigkeit der individuellen Kurse von einem einzigen Index die realen Gegebenheiten offenbar zu grob widerspiegelte[1]. Der Blick auf den Aktienkurszettel zeigt, daß die Branchenindices sich durchaus nicht konform, sondern im Gegenteil sehr differenziert entwickeln[2]. Daher wird die Orientierung der Kurse an speziellen, auf Branchen abgestellten Indices den Verhältnissen eher gerecht werden[3]. Dies gilt z.B. in besonderem Maß, wenn Auslandsaktien ins Depot aufgenommen werden sollen; daß sie in der Regel nicht zum inländischen Gesamtindex in Beziehung gebracht werden können, bedarf keiner weiteren Erörterung. Man wird in diesem Fall für jedes Land mindestens einen, evtl. mehrere Indices bilden müssen. Auch für festverzinsliche Werte empfiehlt sich ein gesonderter Index, der mög-

---

1 Vgl. K.J. Cohen, J.A. Pogue, a.a.O., S. 169.

2 Siehe z.B. die Teilindices des FAZ-Gesamtindex, in: FAZ.

3 Die Möglichkeit, Unternehmen Branchen zuzuordnen, wird jedoch im Zeitalter der Unternehmensdiversifikation immer stärker eingeschränkt.

licherweise zu unterteilen ist nach der Nominalverzinsung der Titel, der Laufzeit, dem Umfang der Kurspflege in der Vergangenheit etc. Die Zweckmäßigkeit eines eigenen Index für Renten wird nicht in Frage gestellt durch die Tatsache, daß mittlerweile auch bei dieser Wertpapierart Kursschwankungen von bis zu 10 % jährlich erreicht werden. Damit ist eine Annäherung an die bei Aktien seit jeher bekannte Schwankungsbreite der Kurse eingetreten, jedoch erweisen sich die Rentenwerte gleichwohl immer noch kursstabiler als Aktien.

Diese Überlegungen waren Anlaß, einen Kompromiß zwischen "full analysis" und der zu starken Vereinfachung durch SHARPE zu suchen. Einerseits sollten deren Rechenvorteile erhalten bleiben, andererseits war ein größeres Maß an Flexibilität in bezug auf die Indices anzustreben. COHEN und POGUE berücksichtigten in ihrem Ansatz diese Anforderungen. Analog zum Ein-Index-Modell wird der Einzelkurs als lineare Funktion des Klassenindex verstanden. Die Kovarianzen zwischen den einzelnen Papieren werden wiederum explizit nicht erfaßt, weil sie bereits über die Beziehung der Einzelrenditen zum Index berücksichtigt sind.

Die Autoren haben die Konzeption zu zwei speziellen Varianten ausgebaut. Im Kovarianz-Modell[1] werden im wesentlichen die Kovarianzen zwischen den Teilindices gebildet und zu einer Matrix zusammengefaßt. Sie hat die gleiche Struktur wie die "normale" Kovarianz-Matrix: Die Diagonale enthält die Varianzen, die restlichen Elemente enthalten die Kovarianzen. Diese Matrix hat einen vergleichsweise geringen Umfang, sie wird in der Regel aus kaum mehr als 10-20 Zeilen und Spalten bestehen. Damit wird dem

---

[1] Vgl. K.J. Cohen, J.A. Pogue, a.a.O., S. 170 f.

Erfordernis der günstigen Rechenzeit weitgehend Rechnung getragen. Auf der anderen Seite beachtet man über die Teilindices die Interdependenz der Kurse mindestens teilweise.

Das Diagonal-Modell beinhaltet zunächst das gerade umschriebene Kovarianzmodell. Darüber hinaus werden die Teilindices als vom Gesamtindex abhängig betrachtet. Es wird demnach eine Index-Hierarchie aufgebaut. Die Gleichung (55) verwendet man nunmehr analog auch für die Schätzung der Teilindices. Versieht man daneben den Gesamtindex mit einem Stör-Term, dann sind im System auf drei Ebenen stochastische Größen eingeführt. Die Matrix enthält in der Diagonalen die Varianzen der Klassenindices sowie zusätzlich die Varianz des Gesamtindex. Dieser Ansatz versucht, die Vorteile des Ein-Index-Modells und der Kovarianzform des Multi-Index-Modells zu kombinieren: Einesteils kurze Rechenzeit durch Besetzung nur der Matrixdiagonalen, auf der anderen Seite rudimentäre Berücksichtigung der Interdependenzen zwischen den Teilindices[1].

Im folgenden Abschnitt wird zu zeigen sein, daß bei etwa gleich hohem manuellen Aufwand für die input-Beschaffung ohne Berücksichtigung der Rechenzeit die in diesem Abschnitt behandelten Modelle dem ursprünglichen Ansatz hinsichtlich der erzielten Ergebnisse unterlegen sind. Dieses Resultat kann auf die wenig intensive Nutzung der durch die Kovarianzen gegebenen Informationen zurückgeführt werden.

---

[1] Siehe die ausführliche Beschreibung bei K.J. Cohen, J.A. Pogue, a.a.O., S. 171 f. und die formale Ableitung S. 192 f.

6.3 EINE EMPIRISCHE EFFIZIENZÜBERPRÜFUNG DES E-V-MODELLS UND SEINER VEREINFACHUNGEN

Bei der Klärung der Frage, wie sich die Ergebnisse des E-V-Ansatzes im Vergleich mit denjenigen seiner Vereinfachungen ausnehmen, sind sowohl ex-ante- als auch ex-post-Untersuchungen vorzunehmen. COHEN und POGUE[1] haben zu diesem Zweck einen umfangreichen Test durchgeführt. Es war die Effizienz der folgenden Modelle zu prüfen:

- MARKOWITZ-Ansatz ("full analysis")
- Multi-Index-Modell (Kovarianzform)
- Multi-Index-Modell (Diagonalform)
- Ein-Index-Modell[2].

Als Basis für den Test wurden 500 Stammaktien herangezogen, für die über den Zeitraum von 1947 bis 1964 jährliche Kurse und Dividenden vorlagen. Die ersten 11 Perioden dieses Zeitraums betrachtete man als Vergangenheit; aus ihren Daten wurden ein Gesamtindex und 10 Einzelindices errechnet.

Aus der Grundgesamtheit wählte man durch Zufallsauswahl zunächst 150, aus dieser Teilmenge wiederum 75 Aktien aus. Diese beiden samples bildeten das Reservoir für die Depotauswahl. Die notwendigen Einzelschätzungen je Aktie (Erwartungswert, Rendite und Varianz) gewannen die Autoren durch Extrapolation der bisherigen Kursverläufe. Um eine Annäherung an die oft vorhandenen institutionellen oder anderen Beschränkungen der Portefeuilleanteile in der Praxis zu erreichen, wurden den Anteilen x_i der einzelnen Wertpapiere Obergrenzen zugewiesen:

---

[1] Siehe K.J. Cohen, J.A. Pogue, a.a.O.

[2] Die Reihenfolge beinhaltet eine abnehmende Berücksichtigung der vollen Kovarianzbeziehungen der Wertpapiere untereinander.

$x_i \leq 0{,}025$ bzw. $x_i \leq 0{,}05$. Die ex-ante-Ergebnisse der Studie lassen sich wie folgt zusammenfassen:

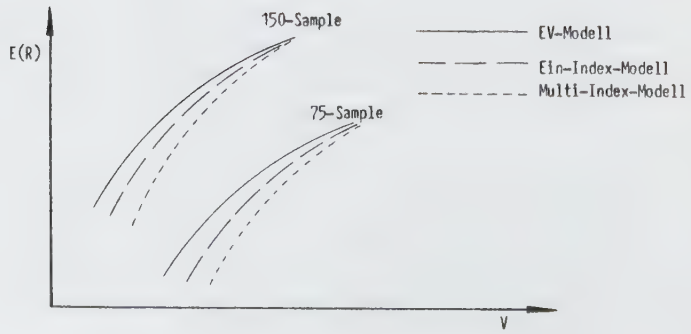
- Die optimalen Depots beider Multi-Index-Modelle stimmten so gut überein, daß kein Unterschied zwischen ihnen gesehen wurde. Sie werden als von e i n e m Modell stammend betrachtet.

- Der E-V-Ansatz erbrachte tendenziell bessere Ergebnisse als die beiden Konkurrenzmodelle, besonders im relevanten unteren Renditebereich (12-22%). Mit steigendem Ertrag nähern sich die Werte sämtlicher Modelle schnell einander an.

- Wider Erwarten war das Ein-Index-Modell den Multi-Index-Modellen überlegen. Dies ist insoweit erstaunlich, als es von den in diesem Test angewandten Modellen die wenigsten Informationen benötigt.

- Die Effizienzlinien des größeren sample dominieren die des kleineren eindeutig (siehe Abbildung 12).

Abbildung 12 - Vergleich der von unterschiedlichen Modellen erzeugten Effizienzlinien



Den ex-post-Betrachtungen liegen folgende Gegebenheiten zugrunde. Es werden verglichen die Resultate

- des Multi-Index-Modells (Diagonalform),
- einer Anzahl von Investment-Fonds (bestehend aus Stammaktien),
- von per Zufall ausgewählten Portfolios[1].

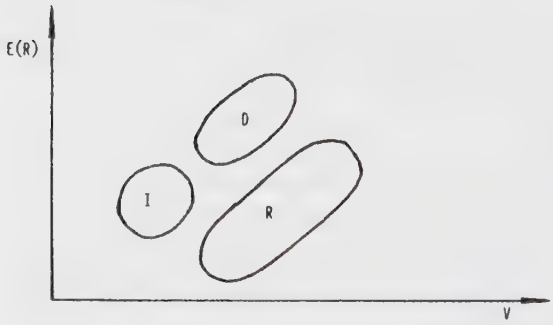
Den tatsächlichen Ertrag der erstgenannten Portfolios erhält man, indem für jedes in der 11. Periode (1957) selektierte Portfolio Wertzuwachs und Dividenden per Ende 1958 errechnet werden. Die ex-post-Varianz wird durch die Abweichungen der ex-post-Erträge vom Durchschnitt zwischen 1958 und 1964 ermittelt. In der gleichen Weise ergeben sich die ex-post-Werte von 78 Investmentfonds, die zwischen 1957 und 1964 bestanden, sowie für 2 x 60 Random-Portfolios. Letztere wurden aus den beiden samples mit der Nebenbedingung gezogen, daß jedes dieser Portfolios ungefähr die gleiche Anzahl an Werten enthielt wie jene des Modells. - Nach Durchführung der Rechnungen bildeten die Ergebnisse drei Punktwolken im E-V-Diagramm[2]. Sie durchmischen sich kaum (Abbildung 13), lediglich die Werte R der Random-Depots streuen deutlich.

---

[1] Random-Auswahl wird an einem Beispiel demonstriert bei I. Friend, D. Vickers, Portfolio Selection and Investment Performance. JoF 1965/3, S. 391-415, hier S. 414 f.

[2] Siehe K.J. Cohen, J.A. Pogue, a.a.O., S. 185.

Abbildung 13 - Vergleich der durch die drei Auswahlformen Modell, Investmentfond, Randomauswahl gewonnenen Effizienzfelder



Die Portfolios R werden ziemlich eindeutig dominiert; eine Rangfolge zwischen den Werten der Investmentfonds I und denjenigen des Modells D ist nicht bestimmbar. Zunächst steht lediglich fest: Die Investmentfonds erzielen zwar eine geringere Rendite, müssen aber auch weniger Risiko in Kauf nehmen. Eine leichte Verschiebung zugunsten der Modell-Portfolios würde eintreten, wenn die Erträge der Investmentfonds um die Kosten des professionellen Managements gekürzt würden. Aber auch ohne dies ist es erstaunlich, daß die Fonds trotz der gewiß gegebenen Marktkenntnisse und Umschichtungsmöglichkeiten nicht bessere als die dargelegten Ergebnisse erzielt haben. Das Bild täuscht auch insoweit zugunsten der Fonds, als die Prognose der Eingabewerte für das Modell mit Verfahren vorgenommen wurde, die gute Rendite-Schätzwerte kaum erwarten lassen[1].

---

[1] Allerdings haben K.J. Cohen und J.A. Pogue dies selbst erkannt; a.a.O., S. 175, passim.

Ließe man bessere Schätzverfahren zu, dann ginge davon tendenziell eine weitere positive Wirkung auf die Erträge des Modells aus.

Ein ex-post-Vergleich zwischen den Resultaten des MARKOWITZ- und des Diagonalmodells wird von COHEN und POGUE nicht vorgenommen. Hilfsweise kann er indirekt erreicht werden: Ex ante hatte sich das Diagonalmodell dem EV-Ansatz als weit unterlegen erwiesen, ex post erreichte es jedoch, verglichen mit Random-Depots und Fonds, recht gute Ergebnisse. Daraus könnte die Vermutung abgeleitet werden, daß unter sonst gleichen Umständen der MARKOWITZ-Algorithmus dem Diagonal-Modell auch ex post überlegen sein wird. Gründe für eine gegenteilige Annahme lassen sich nicht anführen.

Gegenstand einer Untersuchung von WALLINGFORD[1] waren die beiden Multi-Index-Modelle und der Original-Ansatz. Wegen einiger methodischer Ungewißheiten[2] können die gewonnenen Ergebnisse jedoch nicht in vollem Umfang als repräsentativ angesehen werden, auch nicht das in diesem Fall besonders interessante Teilresultat, daß die beiden vereinfachenden Modelle über den gesamten Renditebereich durch "full analysis" dominiert werden. Dies gilt sowohl für Portefeuilles, die auf einer simulierten Grundgesamtheit beruhen, als auch für solche, die reale Aktien beinhalten. Immerhin stützen WALLINGFORD's Resultate eine durch die angeführten Ergebnisse angedeutete Tendenz.

---

[1] Vgl. B.A. Wallingford, a.a.O., S. 85-106.

[2] Die Grundgesamtheit enthielt nur 20 Wertpapiere, allerdings über den ausreichend langen Zeitraum von 10 Jahren. Weiterhin sind keine Angaben vorhanden, wie die Schätzungen der Erwartungsgewinne und Varianzen vorgenommen wurden.

In einer weiteren Arbeit testet KAHL Effizienzlinien des ursprünglichen Modells gegen Random-Portfolios und Investmentfonds[1]. Grundlage sind 665 Aktien, für die während des Zeitraums 1956-1967 die notwendigen Daten vorliegen. Die Modell-Depots dominieren die anderen Portefeuilles in jedem Fall[2]. Damit wird KAHL's Hypothese erhärtet, das Modell hätte zumindest in den betrachteten Perioden bessere Resultate erzielt als andere Auswahlverfahren.

Auch nach einem der ersten bekannt gewordenen Tests ermittelt das ursprüngliche Modell mindestens nicht schlechtere Portefeuilles als andere Verfahren. FARRAR[3] vergleicht ex ante die Ergebnisse von

- 100 durch MARKOWITZ' Verfahren aus 11 Branchen gebildeten Depots,
- 23 Fonds,
- 100 durch Zufallsauswahl gebildeten Depots.

Die Random-Portfolios werden eindeutig, die Fonds tendenziell dominiert[4]. Allerdings erscheint auch hier die Zahl der Vergleichsobjekte nicht groß genug, um allein aufgrund dieses Tests verallgemeinernde Schlüsse ziehen zu können.

Insgesamt hat sich gezeigt, daß die Ergebnisse des ursprünglichen Modells in keinem bekannten Fall durch die verkürzten Ansätze übertroffen werden. Dies gilt ex ante und mit Einschränkungen ex post. Auch für die "Auswahlformen" Zufallsauswahl und intuitive Auswahl (Fonds) ergibt sich diese generelle

---

1 Vgl. A.L. Kahl, a.a.O.
2 Ebenda, S. 79.
3 Vgl. D.E. Farrar, a.a.O.
4 Ebenda, S. 75.

Beurteilung, bei ersteren deutlicher als bei letzteren. Die Zahl der Tests ist nicht sehr groß; andererseits ist es unwahrscheinlich, daß die auf einer Linie liegenden Ergebnisse allein auf den Zufall zurückzuführen sind. Die Verwendung zusätzlicher Informationen wird im allgemeinen nicht zu schlechteren Entscheidungen führen als bisher[1]. Angesichts der zentralen Bedeutung der Diversifikation wundert es nicht, wenn jenes Modell die Oberhand gewinnt, in welchem diese Überlegungen am konsequentesten realisiert werden.

7 ANDERE ANSÄTZE DER PORTFOLIO SELECTION

Die in den Kapiteln 4 und 6 vorgestellten Modelle haben einen vergleichsweise hohen Bekanntheitsgrad erreicht. Daneben unternahmen andere Autoren weitere Versuche - umrißartig oder im Detail -, das Allokationsproblem einer Lösung näher zu bringen. Die Darstellung und Analyse dieser Ansätze sollen in diesem Kapitel vorgenommen werden.

7.1 DAS AUSWAHLKRITERIUM "SAFETY FIRST"

Zunächst wird ein Ansatz diskutiert, dessen Konzeption besonders stark von Sicherheitsaspekten des Anlegers geprägt wird. Er ist gleichzeitig mit MARKOWITZ' erstem Beitrag zur Portfolio-Selection entstanden und weist manche Parallelen zu ihm auf.

---

[1] Vgl. E.J. Elton, M.J. Gruber, a.a.O., S. 493.

R O Y[1] setzt bei seinen Überlegungen voraus, daß ein Kapitalanleger vor allem darauf bedacht sein muß, sein ökonomisches Überleben zu sichern. Wird dieses Oberziel in irgendeiner Periode nicht erreicht, dann scheidet er aus dem Markt aus und kann sich nicht mehr um die Erzielung von Gewinnen bemühen. Er muß mithin alles daran setzen, die ihm bereits bekannten Gefahren zu umgehen, die die Erreichung seines Ziels gefährden. Daraus resultiert die Risikoaversion des Anlegers. Diese Haltung wird gefördert durch die Datengewinnungs- und Prognosemöglichkeiten des "normalen" Anlegers, die der Autor nicht eben optimistisch einschätzt[2].

Alle Anstrengungen gelten also der Vermeidung des wirtschaftlichen Ruins, der schärfsten Restriktion, der sich der Anleger gegenüber sieht. "The objective of Roy's approach is economic survival through selection of the portfolio that minimizes the probability of disaster, i.e., the safety-first (SF) criterion"[3]. Mögliche marginale Erhöhungen der Rendite fallen demgegenüber nicht ins Gewicht.

Die vom Anleger zu treffende Auswahlentscheidung könnte nach Ansicht von ROY durch eine theoretische Fundierung allenfalls an Operationalität einbüßen: "A man who seeks advice about his actions will not be grateful for the suggestion that he maximise expected utility"[4]. Der Praktikabilität angebotener Lösungsversuche wird also erhebliche Bedeutung zugemessen.

---

1 Vgl. A.D. Roy, Safety First and the holding of assets. Econometrica 1952/3, S. 431-449.

2 Vgl. ebenda, S. 432.

3 Vgl. N. Gressis, W.A. Remaley, Comment: "Safety First - an expected utility principle". JoFQA 1974/6, S. 1057-1061, hier S. 1057.

4 Vgl. A.D. Roy, a.a.O., S. 433.

Auch ROY hat erkannt, daß die Risikobeziehungen der Wertpapiere untereinander von entscheidender Bedeutung für die Zusammensetzung des Depots sind. Das Problem, welche Papiere mit welchem Anteil am Depot zu erwerben sind, löst er auf der folgenden Basis[1]:

Mit d wird der absolute Betrag bezeichnet, der mindestens als Ertrag einer Periode aus der zur Verfügung stehenden Anlagesumme k fließen muß und dessen Unterschreiten den wirtschaftlichen Ruin bedeutet. Die Relation d/k heißt der kritische Preis und stellt nichts anderes dar als die angestrebte Mindestverzinsung des eingesetzten Kapitals. m ist der Erwartungswert für den Ertrag des Portefeuilles, δ bezeichnet die entsprechende Standardabweichung. - Nachdem die Einzelkurse für das Ende der Periode geschätzt sind, wird angenommen, daß sämtliche Kurse bis auf einen soweit fallen, bis je Einzelwert der kritische Preis erreicht ist[2]. Offenbar aufgrund der Kovarianzen der Papiere in der Vergangenheit hat man nun zu schätzen, ob der Kurs der ausgesparten Aktie über oder unter d/k liegen wird. Im ersteren Falle wird sie als empfehlenswert betrachtet, sonst nicht. Diese Prozedur muß für jedes der in die Auswahl eingehenden Papiere durchgeführt werden. Danach sind die in das Portefeuille aufzunehmenden Werte der Zahl nach bestimmt.

Es verbleibt die Aufgabe, den Anteil x_i (i=1,2,..,N) jeder Aktie im Depot zu bestimmen. Die Differenz zwischen d/k und der geschätzten Rendite der i-ten Aktie wird durch die quadrierte Standardabweichung des geschätzten Kurses der i-ten Aktie dividiert und ergibt das Ergebnis a_i. Der Ausdruck

---

[1] A.D. Roy, a.a.O., S. 438.

[2] Nur in dieser Weise kann A.D. Roy interpretiert werden. A.a.O., S. 438.

$$(56)\quad x_i = \frac{a_i \cdot k}{\sum_i a_i} \qquad (i = 1,2,\ldots,N)$$

ergibt letztendlich den absoluten Betrag jedes Papiers am aufzubauenden Portefeuille[1].

Ferner werden definiert

- p_i = erwartete Rendite des Papiers i,
- α_i = mit p_i korrespondierender Standardfehler,
- r_{ij} = Kovarianz zwischen den Papieren i und j.

Multipliziert man die absoluten Anteile der Aktien im Portefeuille mit den korrespondierenden erwarteten Renditen, dann erhält man den erwarteten Gesamtgewinn. Damit können die gesuchten Größen m und δ^2 ermittelt werden[2]:

$$(57)\quad m = \sum_{i=1}^{N} x_i p_i$$

$$(58)\quad \delta^2 = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} x_i x_j r_{ij} \alpha_i \alpha_j \rightarrow \text{Min.}$$

(Die Varianz des Depots ist zu minimieren.)

Nebenbedingung:

$$(59)\quad \sum_{i=1}^{N} x_i = k$$

(Die Summe der je Papier i investierten Beträge ist gleich der Anlagesumme.)

---

[1] Gl. (56) ist aus dem Text der S. 438 abzuleiten, vgl. A.D. Roy, a.a.O.

[2] Vgl. A.D. Roy, a.a.O., S. 436.

Die Zielfunktion (58) in Verbindung mit Gl. (57) ist als eine Kurve in Form einer Hyperbel darstellbar[1], die die Abhängigkeiten zwischen m und δ zeigt[2]:

Abbildung 14 - Geometrische Bestimmung der oberen Grenze der Ruinwahrscheinlichkeit beim Auswahlkriterium "Safety First"

Gibt man die Ruingrenze in Höhe des Betrages d vor, dann ist der Anstieg h des Fahrstrahls aus d an die Hyperbel das Maß für die obere Grenze der Ruinwahrscheinlichkeit. Den Beweis führt ROY mit Hilfe der Ungleichung von Tschebischeff[3]. Bezeichnet man den tatsächlich erzielten Ertrag des Portefeuilles mit γ, dann ergibt sich

---

[1] Auch dieser Ansatz liefert demnach einen "efficient set".

[2] Durch geeignete Koordinatentransformation kann der Scheitelpunkt der Hyperbel in den Koordinatenursprung verlegt werden. - Sind die x_i und p_i bestimmt, dann ergibt sich ein bestimmtes m und ein bestimmtes δ^2. Damit liegt ein Punkt auf der Hyperbel fest. Andere Punkte bedingen andere m und damit andere x_i und/oder p_i.

[3] Vgl. A.D. Roy, a.a.O., S. 434, 437.

$$(59a)\quad w(|\gamma - m| \geq m-d) \leq \frac{\sigma^2}{(m-d)^2}$$

Die Wahrscheinlichkeit, daß die Abweichung des Erwartungswertes des Ertrags vom tatsächlichen Ertrag als Absolutwert (d.h. ohne Vorzeichenbeachtung) mindestens gleich ist der Differenz zwischen diesem Erwartungswert und dem notwendigen Mindestertrag, beträgt höchstens $\frac{\sigma^2}{(m-d)^2}$.

Aus (59a) ergibt sich speziell

$$(59b)\quad w(m-\gamma \geq m-d) \leq \frac{\sigma^2}{(m-d)^2}$$

$$(59c)\quad w(\gamma \leq d) \leq \frac{\sigma^2}{(m-d)^2}$$

Andererseits gilt:

$$(59d)\quad h = \frac{m-d}{\sigma}$$

$$(59e)\quad \frac{1}{h^2} = \frac{\sigma^2}{(m-d)^2}$$

Eingesetzt in (59c) erhält man:

$$(59f)\quad w(\gamma \leq d) \leq \frac{1}{h^2}$$

Je höher d angesetzt wird, desto flacher verläuft c.p. der Fahrstrahl, desto kleiner wird h: die Ruinwahrscheinlichkeit steigt. Für ein bestimmtes d ergibt sich ein und nur ein optimales Portefeuille.

In einer Würdigung sollte nicht übersehen werden, daß wesentliche Aspekte des Portfolio-Selection-Problems auch von ROY erkannt wurden. Es handelt

sich dabei um den Einfluß der Kovarianzen der Wertpapiere auf die Zusammensetzung des Depots. Auch die Notwendigkeit der Diversifikation und ihr stabilisierender Einfluß auf die Rendite sind zweifelsfrei erkannt worden; ebenso aber auch die Tatsache, daß mit der Einschränkung des Risikos eine Verringerung der Gewinnchancen einhergeht[1]. Weiterhin wird die Bedeutung erkannt, welche den ersten beiden Momenten der Renditeverteilung zukommt, wenngleich der Nachweis nicht geführt wird, daß eine daran ausgerichtete Handlungsweise rational ist.

Die Umsetzung dieser Erkenntnisse in eine operationale Form geschieht jedoch vergleichsweise umständlich. Dieser Eindruck entsteht besonders bei der Realisierung der Überlegungen zur Diversifizierung. Vielleicht ist gerade dies der Grund, daß der Ansatz nicht weiterentwickelt wurde und andere Autoren sich seiner kaum angenommen haben[2]. MARKOWITZ' Abhandlung aus demselben Jahr[3] enthält in dieser Hinsicht bereits fundierte Aussagen. Die Bestimmung der relativen Portefeuille-Anteile x_i durch einen Algorithmus macht das Problem einer Lösung durch eine elektronische Rechenanlage besser zugänglich als ROY's Vorgehensweise.

---

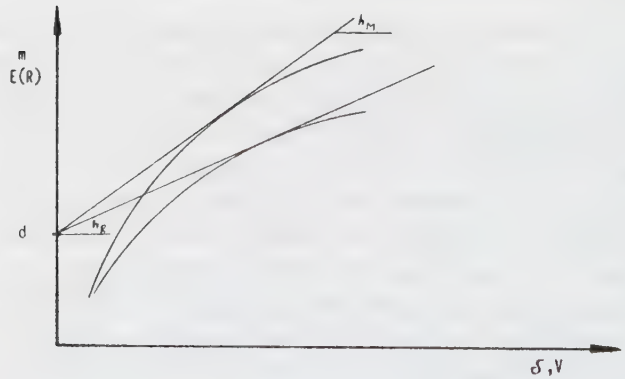
1 Vgl. A.D. Roy, a.a.O., S. 439.

2 Hanssmann geht von der gleichen Zielvorstellung aus und kommt zu ähnlichen Resultaten wie Roy. Wesentliches Element bei seinen Ableitungen sind Lagrange-Multiplikatoren. Aber auch von ihm wird die Diversifikation nur recht umständlich bewältigt. F. Hanssmann, Probability of survival as an investment criterion. MS 1968/1, S. 33-48. Daneben widmet Schneeweiß diesem Kriterium einige Ausführungen. Vgl. H. Schneeweiß, a.a.O., S. 55 ff.

3 Vgl. H. Markowitz, Portfolio Selection. JoF 1952/1, S. 77-91, hier S. 82.

ROY's und MARKOWITZ' Resultate können in bestimmter Weise verglichen werden. Wegen der gezielten Diversifikation wird die Effizienzlinie bei MARKOWITZ in keinem Fall unterhalb, tendenziell oberhalb der von ROY's Ansatz erzeugten Kurve der optimalen Depots liegen (Abbildung 15):

Abbildung 15 - Vergleich der von ROY und MARKOWITZ ermittelten Effizienzlinien und ihre Auswirkungen auf die Ruinwahrscheinlichkeit



Der für beide Ansätze zugrunde gelegte gleiche Mindestertrag d wird daher c.p. bei MARKOWITZ mit größerer Wahrscheinlichkeit erreicht als bei ROY. Steigt aber die Wahrscheinlichkeit eines bestimmten Ereignisses (im Beispiel: d wird erreicht), dann muß die Gegenwahrscheinlichkeit notwendigerweise sinken. Das bedeutet, daß die Ruinwahrscheinlichkeit c.p. bei Einsatz des MARKOWITZ-Modells sinkt[1].

---

[1] Der Nachweis kann auch wie folgt geführt werden: Für $h_M > h_R$ ist analog zur Formel (59f):

$\frac{1}{h_M^2} < \frac{1}{h_R^2}$, d.h., die obere Grenze der Ruinwahrscheinlichkeit liegt bei Zugrundelegung von h_M niedriger als bei h_R.

7.2 DAS "TIME-STATE-PREFERENCE"-MODELL

Die Mehrzahl der bisher diskutierten Modelle zur Aufteilung einer begrenzten Investitionssumme auf eine im Grundsatz unbeschränkte Zahl von Investitionsobjekten betrachtet als Zeithorizont e i n e Periode. Über die Länge der Periode wird zunächst keine Aussage getroffen. Diese - nicht notwendig kurzfristige - Betrachtungsweise wird das Anlegerverhalten nicht in allen Fällen erfassen: Wenn es nicht durch das entsprechende Objekt von vornherein ausgeschlossen ist, werden Investitionen nicht selten über mehr als eine Periode geplant.

Investition kann beschrieben werden als Hingabe von in der Gegenwart verfügbarem (und konsumierbarem) Vermögen gegen die der Sicherheit möglichst weit anzunähernde Erwartung, daß daraus in der Zukunft Einzahlungsströme fließen. Geldeinkommen übt, wie ausgeführt wurde, nur eine Mittlerfunktion im Hinblick auf den Nutzen aus. Ein rational handelnder Anleger wird einen Tausch von vorhandener (gleich sicherer) Wohlfahrt gegen Zukunftsaussichten nur dann vornehmen, wenn der erwartete künftige Nutzen bei Beachtung der Zeitpräferenz mindestens ebenso groß ist wie der jetzige. Letztlich handelt es sich bei einer Investition also um die Umwandlung von sicherem Nutzen heute in erwarteten Nutzen später[1].

---

[1] Noch kürzer und frei von allem Beiwerk formuliert Gupta: "Investment is, in essence, present sacrifice for future benefits". A. Gupta, An alternative approach for investment decision under risk: A Time State Preference Model. Pennsylvania State University, paper 1971, S. 1.

Diese Überlegungen - grundsätzlich nicht neu - sind Basis des Time-State-Preference-Modells, das nunmehr zu entwickeln ist[1].

Für die zukünftige Rendite der Wertpapiere h (h = 1,2,...,N) und jeder Aktie[2] h_k (k = 1,2,...,m) sind states maßgebend. Allgemein sind dies Umweltzustände. Beispiele für ökonomische Umweltzustände und ihre Auswirkungen sind:

Perioden- und state-Nr. (t,s)	state	Auswirkung des state: Rendite einer Aktie h_k in der Periode n
(n,1)	Allgemeine Depression	v %
(n,2)	Gute Exportmöglichkeiten	y %
(n,3)	Hochkonjunktur in der Stahlindustrie	z %

Die Zahl der states je Periode kann sehr hoch sein; damit unmittelbar verbunden ist der Feinheitsgrad der Aussagen. Bei der Ermittlung der states werden ihnen gemäß der Einschätzung des Investors Eintrittswahrscheinlichkeiten w zugeordnet[3]. Je Wertpapier sind für sämtliche betrachteten Perioden t und für sämtliche states s demnach die Wahrscheinlichkeiten durch w(t,s) (t = 1,2,...,j; s = 1,2,...,p) gegeben. Sie sind in

---

[1] Dieses Modell diente ursprünglich und hauptsächlich dazu, die Bewertung von Wertpapieren zu erklären. Aus diesem Gesamtzusammenhang werden die für diese Arbeit relevanten Teile herausgelöst. Zunächst wird S.C. Meyers gefolgt: A Time-State-Preference Model of security valuation. JoFQA 1968/1, S. 1-33.

[2] In diesem Abschnitt wird darunter 1 Stück verstanden.

[3] Vgl. S.C. Meyers, a.a.O., S. 7 f.

einer Matrix mit p Spalten und j Zeilen darstellbar, wobei die Zeilen nicht voll besetzt sein müssen. Die Zeilensumme muß jedoch in jedem Fall 1 betragen. Dies bedeutet nichts anderes, als daß die (endlichen) Wahrscheinlichkeitsverteilungen der erwarteten Renditen je Alternative und je Periode anzugeben sind.

Der Kauf einer Aktie wird als ein Kontrakt angesehen, durch den der Anleger einen Anspruch auf eine eventuelle, in der Zukunft liegende Rendite erwirbt, deren Höhe vom Eintritt eines bestimmten state abhängt. Dieser "contingent time state claim" hat dem Ansatz den Namen gegeben.

Die Konzeption sieht weiterhin vor, daß das in t_o zusammengestellte Depot bis zum Ende des Planungszeitraums ohne Änderung durchgehalten wird. Neue Nachrichten üben also keinen Einfluß auf seine Zusammensetzung und auf seinen Bestand aus. Darüber hinaus bleiben Erträge, die während des Planungszeitraums anfallen, außerhalb der Betrachtung. Es wird also nicht verlangt, diese Erträge wieder anzulegen; dadurch wird die Betrachtung zweifellos vereinfacht.

Von dem aufgrund der realisierten states in den einzelnen Perioden erwarteten Nutzen U(t,s) nimmt man auch in diesem Fall an, daß er in Abhängigkeit vom Vermögen degressiv steigend verläuft. Er hängt ab von der Zahl der zu erwerbenden verschiedenen Wertpapiere h und der Rendite jeder Aktie $R_k(t,s)$,

$$(60) \quad U(t,s) = f\left(\sum_k h_k R_k(t,s)\right)$$

Als Zielfunktion des Auswahlproblems wird gesetzt[1]

$$(61)\quad \sum_t \sum_s W(t,s) \cdot f\left(\sum_k h_k R_k(t,s)\right) \rightarrow \text{Max.}$$

$$t = 1,2,\ldots,j$$
$$s = 1,2,\ldots,p$$
$$h = 1,2,\ldots,N$$
$$k = 1,2,\ldots,m$$

---

[1] In Anlehnung an S.C. Meyers, a.a.O., S. 10. - Normalerweise kann die Summierung der Erträge über verschiedene Perioden nicht ohne weiteres vorgenommen werden, da ein in der Zukunft liegender Ertrag unabhängig vom Risiko c.p. nicht so hoch eingeschätzt wird, als wenn er in t_o anfällt (Zeitdiskontierung). Deshalb wird in der Investitionsrechnung ein Diskontierungsfaktor angewendet. Dieser Faktor braucht jedoch in Gl. (61) nicht berücksichtigt zu werden, weil er bereits implizit in der Nutzenfunktion (Gl. 60) enthalten ist. Im anderen Fall müßte die Zielfunktion (61) um den Faktor $\frac{1}{(1+i)^t}$ $(t = 1,2,\ldots,j)$ ergänzt werden, wobei der Abzinsungsfaktor i als konstant für alle t angenommen wird. Vgl. J. Hirshleifer (1966), a.a.O., S. 266. Ganz deutlich wird diese Vorstellung in seinem Beitrag: Investment decision under uncertainty: Choice-Theoretic Approaches. QJE 1965/4, S. 510-536, hier S. 527: "Note that these rates (die Abzinsungsfaktoren, A.d.V.) discount for both futurity and probability (or, rather, improbability)."

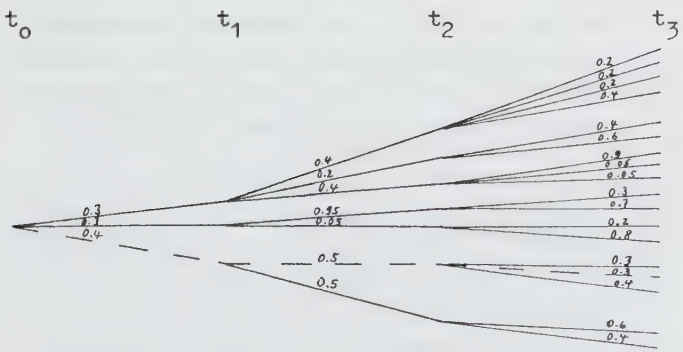
Die zur Lösung dieser Maximierungsaufgabe notwendige Restriktion wird daraus abgeleitet, daß der Anleger höchstens seine gesamte gegebene Wohlfahrt W_o investieren kann[1]. Mit K_k als Preis e i n e r Aktie k des Wertpapiers h ergibt sich

$$(62) \quad \sum_{h=1}^{N} h_k K_k = W_o \qquad (k = 1,2,\ldots,m)$$

Als Ergebnis des Ansatzes erhält man eine bestimmte Anzahl von Stücken bestimmter Aktien, deren Kauf in t_o unter Zugrundelegung der bis t_j bekannten Informationen den erwarteten Nutzen eines Anlegers im Zeitraum $t_o - t_j$ maximiert.

Der Sachverhalt kann auch in Form eines stark vereinfachten Entscheidungsbaums aufgezeigt werden (Abbildung 16).

Abbildung 16 - Entscheidungsbaum für die mehrperiodische Depotauswahl



[1] S.C. Meyers, a.a.O., S. 12 f., schließt in seine Überlegungen auch die Kreditaufnahme ein. Zur Erhaltung der Übersichtlichkeit soll an dieser Stelle davon abgesehen werden.

Die Forderung, die Umweltzustände zu jedem Zeitpunkt vollständig zu erfassen, findet ihren Ausdruck darin, daß die Summe der Eintrittswahrscheinlichkeiten für jedes "event" gleich 1 ist. Der Feinheitsgrad der Verteilung kann beliebig hoch sein[1]. Die gestrichelte Linie in Abbildung 16 stellt die in einem konkreten Fall ablaufende Ereigniskette dar.

Bei dem Bestreben, das Mehrperiodenproblem der Investitionsrechnung unter Berücksichtigung des Risikos zu lösen, ergeben sich auch in diesem Modell die bei allen vorausschauenden Betrachtungen zu erwartenden Probleme. Die Voraussage künftiger Ereignisse, daraus die Schätzung der zukünftigen Erträge und (grundsätzlich) die Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten muß wie bei den bisher erörterten Modellen auch hier vorgenommen werden. Die Schätzungen gestalten sich naturgemäß um so schwieriger, je größer t wird. Strukturänderungen in Teilen der Gesamtwirtschaft, steuerliche Maßnahmen, andere Maßnahmen der Wirtschaftspolitik, außerökonomische Faktoren und ihre Auswirkungen auf die Wertpapierkurse sind um so schwieriger abzuschätzen, je weiter sie in der Zukunft liegen. Weiterhin muß beachtet werden, daß sich die in t_o geltenden Nutzenvorstellungen des Anlegers im Zeitablauf ändern kön-

---

[1] J. Hirshleifer (1966), a.a.O., S. 266 und A. Gupta, a.a.O., S. 16, 18, nehmen an, daß sich eine sehr feine Verteilung der Eintrittswahrscheinlichkeiten angeben läßt, die sich dann einer Rechteckverteilung annähert. Unter diesen Umständen ist die Eintrittswahrscheinlichkeit jedes Ereignisses gleich groß. Dann brauchen die Wahrscheinlichkeiten aber nicht mehr berücksichtigt werden, weil stets mit demselben Faktor multipliziert wird, der die Rangfolge von Investitionsentscheidungen nicht ändert.

nen[1], und zwar auch für kleine t. Gründe können sein die Änderung von gegebenen Preisrelationen; neue Güter, die in den Begehrskreis des Anlegers treten; Änderung der persönlichen Lebensumstände, z.B. zunehmendes Alter[2]. In diesem Fall ist eine Festlegung auf mehrere Perioden mit Skepsis zu betrachten, da eine Revision der ursprünglichen Entscheidung ohnehin wahrscheinlich, wenn nicht fast sicher erforderlich werden wird[3]. Die Festlegung auf mehrere Perioden bedeutet, daß neue Nachrichten, seien sie positiver oder negativer Art, in bezug auf das Ziel des Anlegers in diesem Kalkül nicht berücksichtigt werden. Angesichts des sich im Zeitablauf ständig verbreiternden Stroms von Informationen und der damit zunehmenden Wahrscheinlichkeit, daß die in Rede stehende Investition davon tangiert wird, kann dieses Manko nicht hoch genug veranschlagt werden. Allein durch diese Inflexibilität erscheint das Modell in einem starken Ausmaß an den Realitäten vorbeikonzipiert.

Daneben wiegt nicht mehr so schwer, daß eine gezielte Diversifikation durch das Modell nicht vorgenommen werden kann. Risikogesichtspunkte, die ihren Niederschlag in der Kovarianz der Wertpapierkursverläufe finden, werden nicht berücksichtigt.

Das Time-State-Preference-Modell und der MARKOWITZ-Ansatz unterscheiden sich im wesentlichen dadurch, daß eine unterschiedliche Zahl von Perioden

---

[1] S.C. Meyers, a.a.O., S. 8, weist selbst darauf hin.

[2] Siehe dazu E. und M. Streißler, a.a.O., S. 22.

[3] In einer neueren Untersuchung wird versucht, den grundsätzlichen Ansatz durch die realistischere Annahme zu erweitern, daß der Nutzen state-abhängig ist. Vgl. R.G. Bowman, The role of utility in the State-Preference Framework. JoFQA 1975/2, S. 341-352.

betrachtet wird. Eine Verwandtschaft besteht jedoch insoweit, als in beiden Fällen beim Anleger Risikoaversion und das Ziel Maximierung des erwarteten Nutzens unterstellt werden. Im Hinblick auf die notwendigen Eingabedaten sind hier wie dort eindeutige zukünftige Renditeverteilungen der Wertpapiere anzugeben.

Der durch das Modell beschrittene Weg ist nicht neu, sondern aus der Investitionstheorie wohlbekannt. Die wenigen Veröffentlichungen, die über Bewertungsfragen hinausgehend in den Bereich der Portfolio Selection vordringen, tragen fragmentarischen Charakter und bewegen sich sämtlich auf theoretischem Gebiet. Die Autoren erkennen an, daß eine praktische Anwendung, auch hinsichtlich empirischer Tests, beachtliche Schwierigkeiten aufwerfen würde: "... there seem to be considerable difficulties of an operational nature in more direct empirical tests employing a state-preference formulation"[1].

7.3 DAS "GEOMETRIC MEAN" - MODELL

Es wurde hervorgehoben, daß die Namen MARKOWITZ und SHARPE besonders eng mit der Entwicklung des MV-Ansatzes verknüpft sind. Zwar haben auch andere Autoren bedeutsame Beiträge geleistet, jedoch werden den beiden genannten die maßgeblichen Impulse zugeschrieben. In vielleicht noch stärkerem Maße ist LATANÉ's Name mit einem Modell verbunden, dessen Grundlagen vor nahezu 20 Jahren gelegt wur-

---

[1] Vgl. J. Hirshleifer (1966), a.a.O., S. 277.

den[1].

Auch LATANÉ geht davon aus, daß Anleger sich in der Regel nicht kurzfristig, sondern im Gegenteil eher langfristig orientieren. Sie betrachten also mehrere hintereinanderliegende Perioden. In t_o wird eine Investition in Höhe von W_o vorgenommen, als Ziel des Anlegers nimmt man die Maximierung des Wohlstands in t_n an: $W_n \rightarrow$ Max. Die Festlegung auf eine bestimmte Zahl von n Perioden ($n > 1$) schließt Umschichtungen des Portefeuilles nicht aus. Erträge, die nach Ablauf der einzelnen Perioden anfallen, müssen gemäß Voraussetzung des Modells in vollem Umfang reinvestiert werden: "The true rate of return ... is based on the assumption that all cashflows received prior to the termination of the investment are immediately reinvested"[2]. Unter diesen Umständen bildet sich während der Haltezeit des Depots ein kumulativer Effekt heraus, wie er ebenso von einer diskontinuierlichen Wachstumsfunktion erreicht wird[3]. W_n wird bestimmt vom Ausgangsstand W_o, der Zahl der Perioden n und von den in den einzelnen Perioden erreichten Renditen R[4].

---

[1] Latané veröffentlichte 1956 den ersten Beitrag zum Thema und faßte seine Überlegungen 1970 gemeinsam mit einem Ko-Autoren in einer umfangreichen Monographie zusammen. H.A. Latané, D.L. Tuttle, Security Analysis and Portfolio Management. New York 1970.

[2] Vgl. J.C. Francis (1972), a.a.O., S. 390.

[3] H.A. Latané und D.L. Tuttle bezeichnen diesen Effekt als compound return; a.a.O., S. 124.

[4] Aus Gründen der eleganteren Handhabung ist R, abweichend von der bisher in dieser Arbeit zugrunde gelegten Definition, in diesem Abschnitt wie folgt bestimmt worden:

$$R = \frac{K_E + D}{K_A}$$

. Das bedeutet, daß R in seiner üblichen Bedeutung um die Zahl 1 erhöht wird.

Für n = const. verbleiben demnach zwei Argumente, die in die Entscheidung über die Vorziehenswürdigkeit von Investitionen eingehen. Es gilt demnach:

$$(63)\quad W_n = R_1 \cdot R_2 \ldots \cdot R_n \cdot W_o$$

$$(63a)\quad = \left(\prod_{i=1}^{n} R_i\right) W_o$$

Die Durchschnittsbildung der einzelnen Periodenverzinsungen ergibt den geometrischen Durchschnitt[1] G

$$(64)\quad G = \sqrt[i]{\prod_i R_i}$$

G repräsentiert die auf eine Periode bezogene durchschnittliche, den Zinseszinseffekt der Wiederanlage von Erträgen berücksichtigende Rendite einer Investition. Daraus kann bereits das einfache Entscheidungskriterium dieses Ansatzes abgeleitet werden: "Wealth" W am Ende der Periode n ist zu maximieren[2]. W_n stellt das primäre Ziel des Anlegers dar. G ist daraus abgeleitet und dient als Vergleichsgröße für die Auswahl der zu berücksichtigenden Investitionen aus der Menge der vorhandenen Objekte.

Die Ermittlung der erwarteten Rendite R setzt voraus, daß Vorstellungen über die zu Ende einer jeden Periode möglichen Gewinne (future events bzw.

---

[1] Siehe H. Reichardt, a.a.O., S. 74.

[2] Vgl. H.A. Latané, D.L. Tuttle, a.a.O., S. 628.

states of nature) und die entsprechenden Wahrscheinlichkeitsverteilungen entwickelt werden[1]. Auf die Subjektivität der Schätzungen wird ausdrücklich hingewiesen, mag man sich auch noch so vieler Hilfsmittel - wie Mathematik, Statistik, Computer - bedienen[2].

Auch LATANÉ und TUTTLE streben die Diversifikation an. Sie soll auf folgendem Weg realisiert werden[3]:

V_i (i = 1,2,...,n) sei die erwartete relative Abweichung der Rendite der Aktie i von der Durchschnittsrendite des gesamten Marktes am Periodenende; S_M sei die erwartete Varianz der Durchschnittsrendite des gesamten Marktes am Periodenende. Dann kann $V_i \cdot S_M$ als ein Maß für das Marktrisiko der Aktie i angesehen werden.

Weiterhin wird vorausgesetzt, daß die erwartete Rendite R_i in zwei Komponenten aufgespalten werden kann. Der Anteil J entspricht der Verzinsung von sicheren, also nicht risikobehafteten Anlagen; $R_i - J$ (mit $R_i \geq J$) ist die Prämie für die Übernahme von Risiko. Die Zahl

$$(65) \quad b_i = \frac{R_i - J}{V_i \cdot S_M} \qquad (i = 1,2,\ldots,n)$$

stellt somit eine Maßzahl für die Risikoverzinsung dar. Je größer die b_i-Werte, desto größer ist die

---

[1] Siehe dazu die Zusammenfassung bei H.A. Latané, D.L. Tuttle, a.a.O., S. 9-11.

[2] Vgl. ebenda, S. 10.

[3] Die folgenden Ausführungen stützen sich auf H.A. Latané, D.L. Tuttle (1970), a.a.O., S. 650 ff.; dieselben: Criteria for Portfolio Building. JoF 1967/3, S. 359-373, hier S. 367 f.; H.A. Latané, W.E. Young, Test of Portfolio Building Rules. JoF 1969/4, S. 595-612, hier S. 604 ff.

Vorziehenswürdigkeit der entsprechenden Aktie im Hinblick auf das zu bildende Portfolio. Die Aufteilung des Anlagebetrages auf die nach den b_i- Werten geordneten Wertpapiere, d.h. die Diversifikation im eigentlichen Sinn, kann nach Maßgabe verschiedener Strategien vorgenommen werden; im einfachsten Fall werden die (willkürlich bestimmten) n besten Papiere mit jeweils den gleichen Anteilen ausgewählt[1].

Auch in diesem Modell müssen letztlich subjektive Erwartungen für jede der n Perioden der Haltezeit für jedes Wertpapier gebildet werden. Je größer n ist, desto unsicherer und weniger differenziert werden die Schätzwerte ausfallen müssen; schon bei nicht großem n werden sich die Wahrscheinlichkeitsverteilungen in uniforme Rechteckverteilungen verwandelt haben. - Weiterhin sind Bedenken anzumelden, weil Änderungen der Nutzenfunktion des Anlegers nicht berücksichtigt werden können[2]. Die Forderung, zur Erzielung des compound-Effekts die Periodenerträge wieder zu investieren, beinhaltet zum einen, den für Konsumzwecke vorgesehenen Anteil der Periodenerträge gleich Null zu setzen. Zum anderen muß sichergestellt sein, daß die Erträge zu den in t_o geltenden Bedingungen investiert werden - eine Voraussetzung, die nur schwer zu erfüllen sein wird. Die Diversifizierung wird als notwendig erachtet, jedoch finden gerade die Kovarianzen (oder ähnliche Beziehungen zwischen den Wertpapieren) keine Berücksichtigung. Manche in der Monographie ent-

---

[1] Vgl. H.A. Latané, D.L. Tuttle (1970), a.a.O., S. 653.

[2] Es gelten auch hier die in Abschnitt 7.2 zu dieser Frage dargestellten Überlegungen.

haltene Schlußfolgerung erscheint diskussionswürdig[1]. Insgesamt nimmt sich der Ansatz bei weitem mehr restriktiv und weniger operational als das MARKOWITZ-Modell aus[2].

Die - im wesentlichen von LATANÉ und TUTTLE geleisteten - Beiträge zur Literatur lassen erkennen, daß die Beziehungen dieses Ansatzes zum E-V-Modell grundsätzlich ähnlich geartet sind wie diejenigen des Time-State-Preference-Modells. Durch die Möglichkeit, das Depot an jedem Periodenende innerhalb des Zeitraums von t_o bis t_n gegebenenfalls umzuschichten, rückt es vielleicht noch ein wenig mehr

---

1 Z.B. die Aussage, die Konzeption des Geometric Mean erziele bessere Renditen als das E-V-Modell; a.a.O. (1970), S. 633. Diese Aussage ist nur aufgrund der Prämisse wahr, daß die Periodenerträge reinvestiert werden. Damit ist aber die Vergleichsgrundlage zu anderen Ansätzen nicht mehr gegeben. - An anderer Stelle (S. 678 f.) werden das Markowitz-Modell und Latané's Ansatz als dynamisch bezeichnet. Als Grund wird angeführt, am Ende einer jeden Periode könne eine neue Entscheidung getroffen werden. Weitere Kritik zum Ansatz siehe bei P.A. Samuelson (1969), a.a.O., S. 245 f.

2 Anderer Meinung ist N.H. Hakansson, Capital growth and the Mean-Variance Approach to Portfolio Selection. JoFQA 1971/1, S. 517-557.

in die Nähe von MARKOWITZ' Überlegungen[1].

7.4 DAS KONZEPT DER STOCHASTISCHEN DOMINANZ

In die bisher diskutierten Modelle hatten Grundlagen und Prinzipien des MARKOWITZ-Ansatzes in mehr oder minder starkem Umfang Eingang gefunden. Mit der Methode der Stochastischen Dominanz (SD) ist jedoch eine Konzeption entwickelt worden, die in mehrfacher Hinsicht von den bisher behandelten Modellen abweicht. Darüber hinaus geben die Ergebnisse erster empirischer Untersuchungen Anlaß zu der Vermutung, daß es sich um einen durchaus erfolgversprechenden Versuch handelt, aus einer gegebenen Menge von Portefeuilles die effizienten auszuwählen. Aus diesen Gründen soll dem Konzept der SD ein etwas breiterer Raum gewidmet werden.

---

[1] Latané und Tuttle hatten Bedenken, ob die Gl. (63a) und (64) trotz ihrer vergleichsweise einfachen Struktur nicht doch ähnliche psychologisch bedingte Aversionen beim Wertpapieranalytiker auslösen könnten, wie sie bei der Bestimmung der Wahrscheinlichkeitsverteilung der zukünftigen Renditen für Markowitz' Modell beobachtet wurden. Aus diesem Grunde versuchten sie, den Geometrischen Durchschnitt mit Hilfe der geläufigeren statistischen Elemente arithmetischer Durchschnitt und Varianz zu approximieren (vgl. H.A. Latané, D.L. Tuttle (1967), a.a.O., S. 362 f.). Ausführlich haben sich Young und Trent mit diesem Teilproblem beschäftigt. Ihre Ergebnisse verblüffen wegen der guten Übereinstimmung des approximativ ermittelten mit dem wahren G. Vgl. W.E. Young, R.H. Trent, Geometric Mean Approximations of individual security and Portfolio Performance. JoFQA 1969/2, S. 179-199. Damit ist jedoch nur die Berechnung des G mit bekannterem statistischem Instrumentarium ermöglicht worden; die angeführten grundsätzlichen Bedenken werden dadurch nicht ausgeräumt.

7.41 GRUNDLAGEN

Wie bei der Darstellung des E-V-Ansatzes gezeigt wurde, lautete eine seiner Grundannahmen: Die Nutzenfunktion des Anlegers ist quadratisch oder läßt sich durch eine quadratische Funktion approximieren. Bis dahin war es das Ziel vieler Bemühungen, die Restriktionen in bezug auf die Nutzenfunktionen zu lockern bzw. sie nach Möglichkeit völlig aufzuheben. Die weiteste Generalisierung liegt offenbar dann vor, wenn versucht wird, j e d e mögliche Einstellung des Anlegers zum Risiko durch nur e i n e Funktion zu beschreiben[1]. Damit würde die erfaßte Spannweite von der Risikopräferenz über die -neutralität bis zur -aversion reichen. Dieses Erfordernis wird von einer Nutzenfunktion erfüllt, deren einzige Voraussetzung ist, daß sie überall steigend verläuft[2]. Die Form der Kurve muß nicht näher spezifiziert werden. Die Anforderungen an diese Funktion sind mithin weniger stringent als diejenigen an den Unterfall der quadratischen Nutzenfunktion.

Zur Darstellung des Prinzips werden zwei eindimensionale (zunächst diskrete) Zufallsvariablen X und Y betrachtet. Ihre Realisationen x_i und y_i $(i = 1,2,\ldots,N)$ können zur Bildung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen f(x) und f(y) dienen.

---

[1] Dies ist das gleiche, als wenn man über die Risikoneigung des Anlegers nichts weiß.

[2] Siehe dazu eine der für SD grundlegenden Arbeiten: J.P. Quirk, R. Saposnik, Admissibility and Measurable Utility Functions. RES 1962, S. 140-146, hier S. 140.

Die x_i und y_i werden nach ihrem numerischen Wert aufsteigend geordnet und numeriert, wobei auch gleiche Werte fortlaufend numeriert werden. Danach können die entsprechenden Häufigkeitssummenfunktionen F(x) und F(y) gewonnen werden, wobei die relative Häufigkeit jedes Wertes durch 1/N gegeben ist. Ergibt sich,daß

(66) $F(x_i) \leq F(y_i)$ für alle x des Intervalls, ungleich für mindestens 1 Realisation,

dann nennt man die Wahrscheinlichkeitsverteilung f(x) dominant gegenüber f(y)[1]. Überschneidungen der Häufigkeitssummenfunktionen lassen keine eindeutige Aussage zu. Diese ist nur dann möglich, wenn eine Summenfunktion völlig unter der anderen liegt. Sind die Summenfunktionen kongruent, dann ist ebenfalls Dominanz nicht feststellbar.

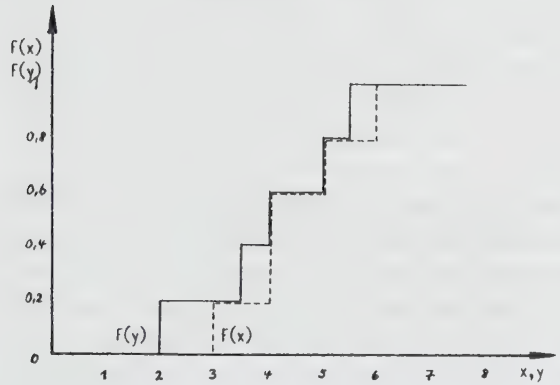
Übertragen auf Portfolios - wobei das Portfolio aus zunächst nur e i n e m Wertpapier bestehend angenommen wird - lautet ein Beispiel: Die Portfolios X und Y haben in den vergangenen Perioden die korrespondierenden Renditen x_t und y_t erbracht, wobei t diskrete, nicht notwendig äquidistante Zeitintervalle bedeuten. Sind z.B. die folgenden Renditeentwicklungen bekannt

	t_{-4}	t_{-3}	t_{-2}	t_{-1}	t_0	
Portfolio X	3	6	4	4	5	(%)
Portfolio Y	4	3,5	5	2	5,5	(%)

[1] Vgl. J. Hadar, W.R. Russell, Rules for Orderung uncertain prospects. AER 1969/1, S. 25-34, hier S. 27; J.P. Quirk, R. Saposnik, a.a.O., S. 141.

dann ergeben sich daraus aufgrund der Sortierung nach der Größe der Werte die Häufigkeitssummenfunktionen.

Abbildung 17 - Häufigkeitssummenfunktionen der ex-post-Wertpapierrenditen als Basis für die Anwendung der Stochastischen Dominanz (FSD)



Die Wahrscheinlichkeitsfunktion f(x) ist stochastisch größer als f(y)[1]. Bei angenommener Stabilität der Verhältnisse ist es wahrscheinlicher, daß X in der nächsten Periode ein besseres Ergebnis erbringen wird als Y, als umgekehrt. Mit anderen Worten: Könnte sich ein Investor auf die Stabilität der Rendite und der Varianz in der nächsten Periode verlassen, dann würde er das Portefeuille X wählen.

---

[1] Siehe z.B. S. Karlin, Dynamic inventory policy with varying stochastic demands. MS 1960/3, S. 231-258, hier S. 233.

Danach ist es nicht schwer, die Überlegungen auf den kontinuierlichen Fall und auf Portfolios mit mehreren Wertpapieren zu übertragen.

Das beschriebene Auswahlkriterium wird in der Literatur als FIRST DEGREE STOCHASTIC DOMINANCE (FSD) angegeben[1].

SD stellt sich zur Aufgabe, aus einer gegebenen Anzahl von Portfolios die dominanten auszusondern. Dazu ist es notwendig, jedes Portfolio mit jedem anderen hinsichtlich seiner stochastischen Überlegenheit zu vergleichen. Nach dieser Prozedur hält SD - in gleicher Weise wie der MARKOWITZ-Algorithmus - zwei Gruppen von Depots bereit: Der erste Teil enthält für jede Rendite nur jenes Portfolio mit der kleinsten Varianz (effiziente = dominante Portfolios); unter mehreren Portfolios mit der gleichen Rendite wird dasjenige mit der geringsten Varianz ausgewählt. Im zweiten Teil sind alle die Portfolios enthalten, die von mindestens einem anderen dominiert werden. Es sind höchstens $N(N-1)/2$ Vergleiche notwendig, um aus N Portfolios die dominanten auszusondern.

Hervorzuheben ist, daß als Eingabedaten lediglich die Portfoliorenditen der Vergangenheit erforderlich sind. Insbesondere entfällt die Schätzung der Wahrscheinlichkeitsverteilung der zukünftigen Renditen je Wertpapier.

Gegenüber FSD wird der Nutzenfunktion $U(R)$ des Anlegers eine Restriktion durch die Annahme auferlegt, ihre erste Ableitung sei ≥ 0. Diese Funk-

---

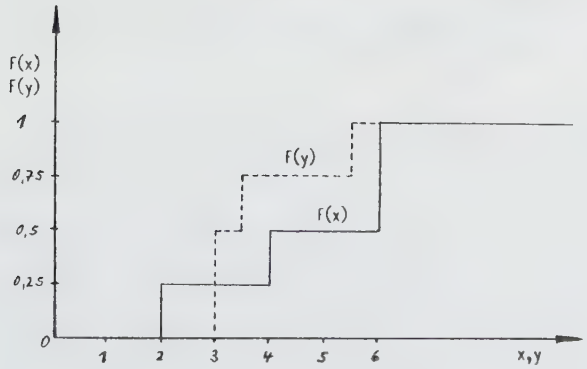
[1] Z.B. bei J. Hadar, W.R. Russell, a.a.O., S. 27; H. Levy, G. Hanoch, Relative effectiveness of efficiency criteria for Portfolio Selection. JoFQA 1970/5, S. 63-75, hier S. 66.

tion spiegelt schwache Risikoaversion wider[1]. Einer solchen Risikoneigung wird die Auswahlregel SECOND DEGREE STOCHASTIC DOMINANCE (SSD) gerecht. Eine Wahrscheinlichkeitsverteilung f(x) dominiert im Sinne von SSD eine Wahrscheinlichkeitsverteilung f(y), wenn gilt

$$(67)\quad \sum_{i=1}^{N} F(x_i)\Delta x_i \leq \sum_{i=1}^{N} F(y_i)\Delta y_i \qquad \text{für alle x des Intervalls}^2$$

$$(67a)\quad \Delta x_i = x_{i+1} - x_i$$

Abbildung 18 - Häufigkeitssummenfunktionen der ex-post-Wertpapierrenditen als Basis für die Anwendung der Stochastischen Dominanz (SSD)



f(x) dominiert f(y) im Sinne von SSD.

---

[1] Vgl. J. Hadar, W.R. Russell, a.a.O., S. 30.
[2] Ebenda, S. 27.

WHITMORE[1] fügt den für SSD geltenden Anforderungen an U(R) hinzu, daß zusätzlich U"(R) ≥ 0 sein muß. Für diesen Fall wird ein Effizienzkriterium mit THIRD DEGREE STOCHASTIC DOMINANCE (TSD) bezeichnet: Im Sinne von TSD wird f(x) von g(x) dominiert, wenn gilt

$$(68) \quad \int_a^x \int_a^y (F(z) - G(z))dzdy \geq 0$$

und

$$(68a) \quad \int_a^b (F(y) - G(y))dy \geq 0$$

Dabei bedeuten

$$(68b) \quad F(z) = \int_{-\infty}^{z} f(x)dx$$

$$(68c) \quad G(z) = \int_{-\infty}^{z} g(y)dy$$

Während bei FSD die Entscheidung aufgrund des Kurvenverlaufs (eindimensional), bei SSD aufgrund der Flächen unter den Kurven (2-dimensional) getroffen wurde, ist bei TSD in logischer Konsequenz der Raum, der von den Abszissen und der jeweils 2-dimensionalen Häufigkeitssummenfunktion gebildet wird, die Grundlage. Die schärferen Anforderungen an die Nutzenfunktionen werden eine Auswirkung auf die Zahl der effizienten Portfolios haben müssen, wenn SSD und TSD als Auswahlkriterien zugrunde gelegt werden.

---

[1] G.A. Whitmore, Third-Degree Stochastic Dominance. AER 1970/3, S. 457-459.

7.42 BISHERIGE TESTERGEBNISSE

Die theoretischen Überlegungen zur SD gaben Anlaß, diesen erfolgversprechenden Ansatz empirisch zu überprüfen. Da SD aufgrund der Kritik am Zwei-Momente-Modell entwickelt wurde, bot sich an, für beide Modelle dieselben Daten zu verwenden. In der Regel wurden die Depots für den SD-Test durch Zufallsauswahl zusammengestellt.

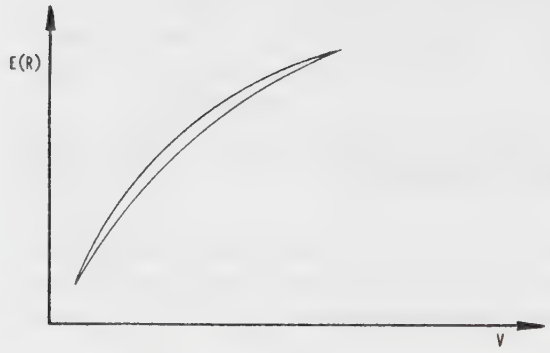
PORTER hat die bis dahin umfangreichsten Untersuchungen veröffentlicht. Seine Ergebnisse[1] lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- Die von beiden Modellen ausgewählten effizienten Portfolios liegen innerhalb eines nicht zu breiten Bandes. Seine obere Grenze wird durch die EV-effizienten Portfolios gebildet; sie enthält aber ebenso mehrere SD-effiziente Portfolios (Abbildung 19).

---

[1] Vgl. R.B. Porter, A comprehensive empirical comparison of Stochastic Dominance and Mean-Variance Portfolio Models. Paper der School of Business, University of Kansas, November 1971. Nicht wesentlich geändert in: JoFQA 1973/4, S. 587-608: An empirical comparison of Stochastic Dominance and Mean-Variance Portfolio Choice Criteria.

Abbildung 19 - Vergleich der durch die Modelle SD und EV erzeugten Effizienzlinien



- Je weniger Renditeangaben je Portfolio zur Verfügung stehen (beim Übergang von monatlichen über Quartals-, Halbjahres- zu Jahresdaten für denselben Gesamtzeitraum), desto schmaler wird das Band und desto weniger Portfolios sind in ihm enthalten. Die Zahl der durch SD bestimmten effizienten Portefeuilles sinkt dabei sehr viel schneller als die des Vergleichsmodells.

- Je höher der SD-Grad (je strenger also die an die zugrunde liegende Nutzenfunktion gestellten Anforderungen), desto weniger Portfolios werden als effizient ausgewiesen[1]. FSD stellt sich als ein nicht effizientes Auswahlverfahren heraus, denn nicht weniger als 76 % der

[1] Das ist zu erwarten, denn "... the stronger the restrictions assumed on admissible utilities, the closer one gets to individual complete preference ordering. Therefore, with stronger restrictions, the number of items in the efficient subset is reduced." A. Levy, G. Hanoch, a.a.O., S. 63.

vorhandenen Portfolios werden aufgrund dieser Auswahlregel als optimal ausgesondert[1].

- Während in den oberen Rendite-Varianzbereichen Portfolios aus beiden Modellen angetroffen werden, die teilweise sogar identisch sind, kommen in den unteren Bereichen über weite Strecken SD-effiziente Portfolios nicht vor.

PORTER und GAUMNITZ kommen insgesamt zu ähnlichen Ergebnissen; auch in ihrem Test fehlen SD-effiziente Portfolios in den unteren Rendite-/Varianzbereichen[2].

LEVY und SARNAT[3] prüfen nur die Effizienz von FSD und EV in bezug auf die Zahl der Portfolios, nicht im Hinblick auf Rendite und Varianz. Sie stellen ebenfalls fest, daß FSD ("General Efficiency Criterion", S. 1153 f.) kein effizientes Auswahlkriterium darstellt. SSD ("Efficiency Criterion Under Conditions of Risk Aversion", S. 1154 f.) sondert ungefähr die gleiche Anzahl Portfolios aus wie EV.

LEVY und HANOCH's[4] Testportfolios enthalten jeweils nur e i n Wertpapier. Neben den hier inter-

---

[1] Vgl. R.B. Porter (1971), a.a.O., S. 12. Damit verliert ein Vorschlag von Levy und Sarnat viel an Überzeugungskraft, FSD als einen Grobfilter zu verwenden und danach ein schärferes Auswahlkriterium anzusetzen. H. Levy, M. Sarnat, Alternative Efficiency Criteria: An empirical analysis. JoF 1970/5, S. 1153-1158, hier S. 1158.

[2] Vgl. R.B. Porter, J.E. Gaumnitz, Stochastic Dominance vs. Mean Variance Portfolio Analysis: An empirical Evaluation. AER 1972/3, S. 438-446.

[3] Vgl. H. Levy, M. Sarnat (1970a), a.a.O.

[4] Vgl. H. Levy, G. Hanoch, a.a.O.

essierenden Kriterien prüfen sie einige weitere, noch strengere auf ihre Effizienz. Hinsichtlich der Zahl der SSD- und EV-effizienten Portfolios bestätigen sie die bekannten Ergebnisse.

Insgesamt zeigt sich nach einer ersten Prüfung der Testergebnisse, daß SD trotz der gegenüber EV geringeren Anforderungen an den Feinheitsgrad der Eingabedaten Ergebnisse erzielt, die zum Teil in den näheren Bereich der EV-Ergebnisse gelangen.

7.43 KRITISCHE WÜRDIGUNG

Der EV-approach erstellt aus geschätzten Wahrscheinlichkeitsverteilungen der zukünftigen Renditen einzelner Wertpapiere Portefeuilles in Abhängigkeit von Rendite und Risiko (Varianz). Die Diversifizierung ist ein wesentliches Element dieses Modells. SD setzt demgegenüber Portfolios als bestehend voraus und prüft sie auf Effizienz. Dabei wird die Stabilität der aus der Vergangenheit bekannten Renditeverhältnisse unterstellt.

Daraus kann bereits ein Ansatz zur Kritik abgeleitet werden. Gegeben sind zwei Portfolios A und B mit der folgenden Renditeentwicklung (%):

	t_{-4}	t_{-3}	t_{-2}	t_{-1}	t_0	$E(t_1) = \frac{\sum_{i=-4}^{0} t_i}{5}$
Portfolio A	2	4	6	8	9	5,8
Portfolio B	10	8	6	4	2	6

Ungeachtet der negativen Entwicklung des Portfolios B würde es durch SSD dem Portfolio A vorgezogen werden. Die Schätzung der zukünftigen Rendite mit Hilfe eines ungewichteten Durchschnitts kann sich mithin als ein zu grobes Maß erweisen. Vielmehr

könnte in Erwägung gezogen werden, die zeitliche Entwicklung der Rendite zu berücksichtigen, wenn sie, wie im vorliegenden Beispiel, eine eindeutige Richtung aufweist. In ähnlicher Weise dürfte die Varianz nicht einfach in die Zukunft übertragen werden, da ihre Stabilität im Zeitablauf ebenfalls nicht gesichert erscheint. Dies gilt besonders in dem realistischen Fall, daß ein Portfolio mehrere Wertpapiere enthält: Die angeführte Voraussetzung ist nur dann erfüllt, wenn die Varianzen s ä m t l i c h e r Papiere konstant bleiben oder sich gerade ausgleichen. Sie kann auch nur durch Zufall erfüllt werden, wenn sich die Zusammensetzung des Portefeuilles im Zeitablauf ändert, und dies ist der Normalfall. - Die mangelnde Sensitivität des SD-Verfahrens, sein Unvermögen, solche offen zutage tretenden Unzulänglichkeiten zu registrieren und auszuwerten, wird zum Teil von den Autoren der bisher bekannt gewordenen Arbeiten ebenfalls beklagt[1]. Allerdings mag es sich hierbei nur zum Teil um ein prinzipielles Unvermögen handeln. Angesichts der Tatsache, daß die Entwicklung der SD keinesfalls als abgeschlossen zu gelten hat, sie eher noch in den Anfangsgründen steht, können bei der Verfeinerung dieser Methode die aufgezeigten Mängel sicherlich gemildert werden.

Von wesentlicher Bedeutung ist jedoch, daß SD nur v o r h a n d e n e Portfolios auf ihre Effizienz prüft. Das Prinzip, eine im Grunde einfache Anordnungstechnik, setzt voraus, die zu prüfenden Portfolios seien bereits zur Verfügung gestellt oder aber in einem besonderen Vorlauf erzeugt worden. Dieses Generieren von Portfolios ist aber gerade die wesentliche Aufgabe von Modellen der

---

[1] Siehe bei R.B. Porter (1973), a.a.O., S. 602; R.B. Porter, J.E. Gaumnitz, a.a.O., S. 442 f.

Portfolio Selection. "The SD criteria offer no help in selecting securities for an investor's portfolio, nor do they offer any help in predicting portfolio efficiency on the basis of knowlege about the securities of which it is comprised"[1]. Auch PORTER, einer der konsequentesten Verfechter der Stochastischen Dominanz, kann diesen grundsätzlichen Nachteil nicht leugnen und bemüht sich deshalb um Abhilfe[2]. Er sondert zunächst aus der Grundgesamtheit alle Papiere aus, deren Renditeentwicklung in der Vergangenheit negativ verlaufen ist. Wie zu erwarten ist, liegt die danach gewonnene Effizienzgrenze näher als bisher am efficient set des MARKOWITZ-Modells, erreicht sie aber in keinem Fall. Hier wirkt sich die willkürliche Gewichtung der ins Depot aufgenommenen Papiere negativ aus. Es stellt sich die Frage, ob solche nicht theoretisch fundierten Bemühungen zum Erfolg führen können. PORTER übernimmt deshalb folgerichtig einige von MARKOWITZ in die Theorie eingebrachte Elemente auch für die Nutzung durch SD, so z.B. die Kovarianz zwischen den Renditen der Wertpapiere[3].

Auch HADAR und RUSSELL können keine praktikable Lösung zur Frage der Diversifizierung angeben[4].

Weiterhin ist eine implizit gesetzte Prämisse des Modells auf ihre Realitätsnähe zu prüfen. Der Vergleich der Renditen zweier Depots setzt voraus,

---

1 Vgl. G.M. Frankfurter, H.E. Phillips, Efficient algorithms for conducting Stochastic Dominance tests on large numbers of portfolios: A comment. JoFQA 1975/1, S. 177-179, hier S. 177.

2 Vgl. R.B. Porter, R.P. Bey, An evaluation of the empirical significance of optimal seeking algorithms in Portfolio Selection. JoF 1974/5, S. 1479-1490.

3 Ebenda, S. 1488 f.

4 Siehe H. Hadar, W.R. Russell, Stochastic Dominance and Diversification. JoETh 1971/3, S. 288-305.

diese Depots seien während des Vergleichszeitraums nicht geändert worden. Für sehr kurze, nur wenige Monate zählende Zeitabschnitte mag diese Voraussetzung erfüllbar sein, für mittlere Zeitabschnitte dagegen in der Regel nicht, denn die Wahrscheinlichkeit der Umschichtung des Portefeuilles wächst im Zeitablauf[1]. Hierin liegt vielleicht der wesentlichste Einwand aus der Sicht der Praxis.

Die für die Bereitstellung der zu testenden Depots zu Hilfe genommene Zufallsauswahl kann nicht sämtliche möglichen Kombinationen der vorhandenen Wertpapiere erfassen. Demnach wird nur durch Zufall das beste effiziente Portfolio für eine bestimmte Rendite gefunden. Es muß sich ungünstig auf die Güte der effizienten Portfolios auswirken, wenn Diversifizierung nicht gezielt betrieben, sondern dem Zufall überlassen wird.

Die besten effizienten Portfolios findet man auch durch SD mit Sicherheit dann, wenn sämtliche möglichen Kombinationen zwischen den Papieren gebildet und die so gewonnenen Portfolios sodann untereinander auf stochastische Überlegenheit geprüft werden. Allgemein beträgt die Zahl dieser Kombinationen[2] K

$$(69) \quad K = \sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k}$$

---

[1] Sehr lange Zeitabschnitte brauchen nicht betrachtet zu werden, denn es sollten nur die Renditen einer bestimmten mittleren Zahl von Perioden verglichen werden. Dies, um der entfernten Vergangenheit ein nicht zu starkes Gewicht beizulegen.

[2] Siehe H. Reichardt, a.a.O., S. 49.

mit n als der Zahl der zur Verfügung stehenden Wertpapiere und k als gewünschter Anzahl von Papieren im Depot.

Da eine zusätzliche Varianzreduktion bei Aufnahme von mehr als 15 Werten in ein Depot kaum mehr zu erwarten ist[1], ergibt sich K im konkreten Fall zu

$$(69a)\quad K = \sum_{k=1}^{15} \binom{n}{k}$$

Aber selbst bei dem vergleichsweise kleinen $n = 50$ sind die Rechenzeiten sehr hoch[2].

---

[1] Siehe dazu den Abschnitt 4.4.

[2] Es ergibt sich eine Zahl von Kombinationen, die in der Größenordnung von einigen hundert Milliarden liegt. Würde eine Rechenanlage 1 Mill. Kombinationen je Sekunde zusammenstellen, dann bewegt sich der Zeitaufwand im Bereich von Tagen. Erst danach kann das Aussondern der dominanten Portefeuilles beginnen. Die Problematik liegt darin, daß $N \cdot (N-1)/2$ Vergleiche zwischen den Portefeuilles notwendig sind, wobei N = einige hundert Milliarden beträgt. Dies gilt jedoch nur für das Kriterium FSD. Da die Anwendung der schärferen Kriterien SSD und TSD jeweils die vorherige Berechnung der Daten für FSD bzw. für FSD und SSD voraussetzt (vgl. R.B. Porter (1973), a.a.O., S. 588), würde in diesem Fall der Zeitbedarf noch steigen. Eine nochmalige, wesentliche Erhöhung resultiert aus der folgenden Überlegung: In den durch Kombinatorik zusammengestellten Portefeuilles sind die einzelnen Papiere mit gleichen Anteilen enthalten. Diese Anteile lassen sich jedoch wiederum, abhängig von der Zahl der Papiere je Depot, in einem großen Umfang kombinieren. - Die sehr hohen Anforderungen an die Rechenkapazität können gemindert werden, indem einige Eigenschaften der Häufigkeitssummenfunktionen genutzt werden, um dominierte Portfolios früh zu erkennen und aus dem Prozeß auszuscheiden. Dadurch braucht eine große Zahl der theoretisch notwendigen Vergleiche nicht durchgeführt zu werden. Siehe dazu R.B. Porter, J.R. Wart, D.L. Ferguson, Efficient Algorithms for Conducting Stochastic Dominance Tests on Large Numbers of Portfolios. Working paper no. 49 der School of Business, University of Kansas, September 1971. Mit einigen Änderungen erschienen in JoFQA 1973/1, S. 71-81.

Mit Hilfe des frequency-interval-approach (FIA) ließe sich die Rechenzeit um den Faktor 10 verkürzen. Dabei handelt es sich darum, die Zahl der maschinellen Vergleichsoperationen bei der Prüfung zweier kumulierter Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf stochastische Überlegenheit gegenüber der "point-by-point"-Methode zu verringern. Liegen z.B. die monatlichen Renditen für zwei Papiere über einen Zeitraum von fünf Jahren vor, dann sind die Häufigkeitssummenfunktionen zu bilden und 60 Vergleiche (nur für FSD) vorzunehmen. Bei Anwendung des FIA[1] löst man die gebildeten Verteilungen in weniger Intervalle auf als zunächst Beobachtungen vorhanden sind[2]. Durch diese Vergröberung sinkt die Rechenzeit etwa in demselben Ausmaß wie die Zahl der Vergleiche.

Dieser Vorteil wird jedoch dadurch erkauft, daß die Zahl der effizienten Portefeuilles, die durch das verkürzte Verfahren ausgewählt wurden, gegenüber der Anwendung der point-by-point-Methode sinkt[3]. Die Ursache für diesen Informationsverlust liegt in der Intervallbildung, durch die ein in manchen Fällen zu grobes Raster auf die zu vergleichenden Verteilungen gelegt wird.

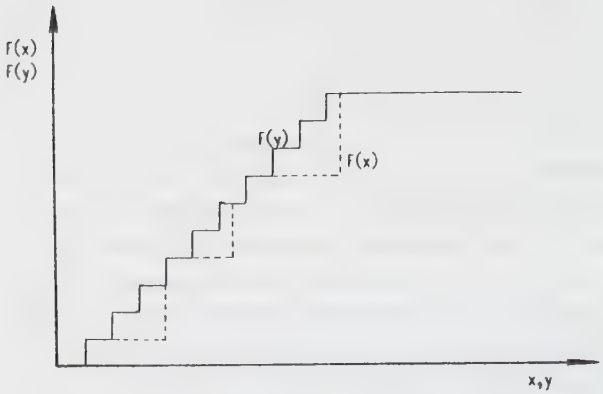
---

[1] Vgl. R.B. Porter (1973), a.a.O., S. 598, 601.

[2] Porter wendet zur Bestimmung der Intervallzahl Sturgis' rule an: mit n als Zahl der vorhandenen Beobachtungen ergibt sich die Anzahl Q der zu bildenden Intervalle zu $Q = 1 + 3{,}3 \log n$. Vgl. R.B. Porter (1971), a.a.O., S. 21.

[3] Vgl. R.B. Porter (1973), a.a.O., S. 601, 605.

Abbildung 20 - Ungleiche, vom Frequency-Interval-Approach dennoch als kongruent erkannte Häufigkeitssummenfunktionen



Die beiden Verteilungen des Beispiels in der Abbildung 20 würden von SSD als kongruent erkannt, obwohl f(y) durch f(x) deutlich dominiert wird. Je größer die Intervalle gewählt werden, desto größer dürfen die Unterschiede zwischen zwei Verteilungen werden, um dennoch als gleichwertig erkannt zu werden.

Die vorliegenden Tests zeigen, daß EV effizienzgleiche oder bessere Portfolios bestimmt als SD. Dies ist zweifellos eine Folge des subtileren Ansatzes und der präziseren Eingabedaten. Im unteren Rendite-Varianzbereich nimmt die Zahl der SD-effizienten Portfolios um so stärker ab, je gröber die kumulierten Verteilungen angegeben werden, d.h., je größer der Wert 1/N ist. Bei Optimierungen, die auf der Basis von Jahreswerten ermittelt wurden, fand sich in dem gesamten Bereich von 0 - 30 % Rendite kein SD-effizientes Portefeuille.[1] Bedenkt man,

[1] R.B. Porter (1973), a.a.O., S. 600.

daß jährliche Portefeuille-Renditen in aller Regel innerhalb dieses Bereichs liegen, dann muß diese Tatsache die praktische Anwendung der SD stark beeinträchtigen.

Den angeführten negativen Aspekten stehen allerdings einige unbestreitbare Vorteile gegenüber. Zunächst ist die in bezug auf die Nutzenfunktion des Anlegers breite Anwendbarkeit dieses Auswahlkriteriums hervorzuheben. Dadurch wird man vieler Mühen im Hinblick auf die Bestimmung oder Approximation dieser Funktion enthoben. Auch über die Verteilung der zukünftigen Renditen der einzelnen Papiere müssen keine Annahmen gemacht werden. "The particular attraction of stochastic dominance is that its results are consistent with the expected utility hypothesis without depending on a particular mathematical form of utility function or on a specific type of distribution of investment returns"[1]. Da die Nutzendiskussion noch nicht zu einem Abschluß mit einem endgültigen Ergebnis geführt hat, könnte man in dieser allgemeinen Nutzenfunktion einen pragmatischen Weg sehen, der die diskutierten Schwierigkeiten umgeht.

Zunächst scheint es, als ob sich die Gewinnung der Input-Daten für SD gegenüber EV vorteilhaft ausnimmt. Sie besteht einzig in der Erfassung der vorliegenden vergangenen Renditewerte der Wertpapiere. Damit wird die in die ungewohnte Form der Wahrscheinlichkeitsverteilung mündende Schätzung der zukünftigen Wertpapierrenditen umgangen. Aus dieser benutzerorientierten Eigenschaft der Methode der SD könnten positive Gesichtspunkte für die Anwendung des Systems abgeleitet werden. Jedoch ist

---

[1] W.H. Jean, Comparison of Moment and Stochastic Dominance ranking methods. JoFQA 1975/1, S. 151-161, hier S. 151.

diese Art der Eingabedatenbestimmung mit Gefahren verbunden, denn Vergangenheitswerte allein bilden keine gute Grundlage für die Schätzung zukünftiger Renditen.

Eine zusammenfassende Beurteilung wäre unvollständig, wenn nicht auf eine Fehlentwicklung der SD hingewiesen würde. Es sind bisher mannigfache Anstrengungen unternommen worden, um die Rechenzeiten zu vermindern. Wenngleich die Zweckmäßigkeit dieser Bemühungen nicht in Frage gestellt werden soll, erscheint es doch ungleich wichtiger, die Theorie dieses Ansatzes auszubauen und damit seine Basis zu verbreitern. Die Ursachen der bereits angesprochenen mangelnden Sensitivität müssen ergründet werden. Weiterhin sind die Implikationen von TSD zu erforschen, die im jetzigen Stadium der Entwicklung noch nicht durchsichtig sind[1]. Schließlich sollte SD soweit entwickelt werden, daß auch im unteren Rendite-/Varianzbereich effiziente Portfolios ausgewiesen werden. Der Ansatz würde dadurch insgesamt an Effizienz gewinnen. Sein grundsätzlicher Mangel, Diversifikation nicht vornehmen zu können, bleibt davon allerdings unberührt.

Unter sonst gleichen Umständen wäre SD dem MARKOWITZ-Ansatz dann vorzuziehen, wenn die wahrscheinliche negative Renditedifferenz des ausgewählten Portefeuilles durch die Ersparnis bei der Dateneingabe überkompensiert würde.

---

[1] G.A. Whitmore (1970), a.a.O., S. 458, hat sich in diesem Sinne geäußert.

7.5 DIE FORMELANLAGEPLANUNG

Die bisherigen Erörterungen dienten dazu, die Auswahl von Wertpapierinvestitionen mit bestimmten Auswahlmodellen vorzunehmen. Dies ist jedoch nicht die einzige Möglichkeit, einen Geldbetrag auf miteinander konkurrierende Wertpapiere aufzuteilen. Die Formelanlageplanung stellt einen Ansatz von zwar weniger weit entwickelter Art dar, der gleichwohl diskussionswürdig ist. Bei näherer Betrachtung wird nämlich festzustellen sein, daß die grundsätzlichen Unterschiede zum umfassenden Modell - abgesehen von der technischen Durchführung - nicht so bedeutend sind, wie es zunächst den Anschein haben könnte.

Bei der Formelanlageplanung wird eine Aussage über den Zeitpunkt einer Transaktion getroffen, nicht über die auszuwählenden Wertpapiere[1]. Der wesentliche Gedanke besteht darin, zu bestimmten, im voraus festzulegenden Zeitpunkten einen bestimmten Betrag zu investieren. Dieser Betrag kann jeweils unterschiedlich hoch sein. Durch diese Festlegung wird dem aus der Erfahrung bekannten und psychologisch verständlichen Hang vorgebeugt, bei steigenden Kursen zu kaufen oder bei fallenden Kursen zu verkaufen. Bei schwankenden Kursen erhält man für gleiche Beträge unterschiedliche Stückzahlen von Wertpapieren, und unter der Voraussetzung langfristig steigender Kurse ergibt sich ein durchschnittlicher Ankaufskurs, der sich niedriger stellt als jener in der letzten Periode. Statt der Anlage eines Betrages kann der Plan ebenso vorsehen, jeweils bestimmte Stückzahlen eines oder mehrerer

---

[1] Zum folgenden siehe die gute Übersicht über Inhalt und Wesen der Formelanlageplanung bei J.E. Weston, Some theoretical aspects of Formula Timing Plans. JoB 1949/4, S. 249-270.
Daneben H.E. Büschgen, Dynamische Anlageplanung am Aktienmarkt. Die Aktiengesellschaft 1962/6

Wertpapiere zu erwerben. Das Ziel, die Verbilligung des Durchschnittspreises, wird auch auf diesem Weg erreicht.

In den bisherigen Ausführungen wurde der A u f b a u eines Depots behandelt. Es stellt eine Erweiterung dar, wenn auch Wertpapierverkäufe in die Überlegungen mit einbezogen werden. Unter der Voraussetzung, daß ein kursstabiles Wertpapier existiert, z.B. Rentenwerte, läßt sich folgende Strategie verfolgen: Die vorhandene Summe wird in einem bestimmten Verhältnis auf den Kauf von Aktien (aggressiver Teil) und Rentenwerten (defensiver Teil) aufgeteilt. Steigt der Aktienkurs um eine bestimmte Marge, dann verkauft man einen Teil des Aktienbestandes und erwirbt für den Erlös Rentenpapiere. Bei fallenden Kursen wird umgekehrt verfahren. Auf diese Weise partizipiert der Anleger an steigenden Kursen oder sichert sich im umgekehrten Fall die Zinsen des Rentendepots.

Eine Verfeinerung dieses Ausgleichsplans wird erreicht, indem man das wertmäßige Verhältnis der beiden Teildepots nicht konstant hält, sondern in Abhängigkeit vom Kurs der Aktien - gemessen z.B. durch einen Index - variabel gestaltet[1]. In konsequenter Durchführung der Grundidee, subjektiven Überlegungen keinen Raum zu lassen, sondern ausschließlich einem vorgeplanten Mechanismus zu folgen, müssen auch in diesem verhältnisvariablen Plan die Bedingungen für Transaktionen im voraus festgelegt werden. Eine mögliche Verhaltensanweisung bei Anwendung dieses Plans zeigt Tabelle 4.

---

[1] Vgl. H.E. Büschgen, "Timing" am Aktienmarkt durch Formelanlageplanung. Saling Aktienführer 1966, Verlag Hoppenstedt & Co, Darmstadt u.a., S. I^{+} - XXVI^{+}, hier S. XVI^{+} - XXIII^{+}.

Tabelle 4 - Verhältnisvariabler Formelanlageplan

Index	Geplantes Verhältnis Aktien/Renten des Gesamtdepots
20	9 : 1
40	8 : 2
60	7 : 3
80	6 : 4
100	5 : 5
120	4 : 6
140	3 : 7
160	2 : 8
180	1 : 9
200	0 : 10

Die grundsätzliche Methode wird von SPRINKEL[1] weiter variiert. Das Signal für die Umschichtung der beiden Teilportefeuilles wird nicht von einer Kursänderung, sondern durch Geldmengenänderungen in der Volkswirtschaft gesetzt. SPRINKEL nimmt an, aus einer Verringerung resultiere eine gesamtwirtschaftlich negative Entwicklung, die sich in fallenden oder stagnierenden Aktienkursen niederschlägt. Folglich werden sämtliche Aktien veräußert, für den Erlös werden Bonds erworben[2]. Bei einer Geldmengenvermehrung verhält man sich umgekehrt.

Sieht man von dem Fall des Depotaufbaus ab, dann stellt sich die Formelanlageplanung als ein System

---

[1] Vgl. B.W. Sprinkel, Money and Stock prices. 1964 Homewood/Illinois.

[2] Ebenda, S. 149.

dar, welches gut entwickelte Ansätze im Hinblick auf den Aufbau und die Umschichtung eines Depots enthält. Ein bedeutsamer Vorteil liegt darin, daß Schätzungen der zukünftigen Kurse entfallen[1]. Die Schwierigkeiten beginnen mit der Festlegung, welche Aktien in das Depot aufgenommen werden sollen. Wenngleich die Aktienkurse in starkem Maß gleichgerichtet verlaufen, können sich die ausgewählten Aktien dennoch recht unterschiedlich entwickeln. Auch hier sind demnach Überlegungen im Hinblick auf eine Diversifikation notwendig.

Das Ausgangsverhältnis zwischen Aktien und Rentenwerten hat Einfluß auf die Gesamtrendite, jedoch können Regeln für seine Bildung nicht angegeben werden.

Als ein wesentlicher Einwand muß angesehen werden, daß die Prämisse der Kursstabilität der Rentenwerte wahrscheinlich nicht mehr in dem erforderlichen Umfang aufrecht erhalten werden kann. Einen Ersatz zu finden ist nicht einfach, denn neben einer annehmbaren Rendite wird die leichte Liquidisierbarkeit verlangt. Konventionelle Anlageformen wie Festgeld, Tagesgeld, Sparkonto o.ä. erfüllen mindestens eine der Bedingungen nicht. Einige neuere Geldanlageformen[2] werden den Anforderungen eher gerecht, aber es hat sich noch kein breiter Markt für solche Titel herausgebildet.

Neben den Umschichtungskosten ist letztlich zu beachten, daß bei langanhaltenden Kursauf- und -abschwüngen einer der beiden Depotteile erschöpft werden kann. Dann muß der Umschichtungsprozeß solange

---

[1] Vgl. H.E. Büschgen (1962), a.a.O., S. 149.

[2] Z.B. Sparkassenbriefe, Bundesschatzbriefe.

unterbrochen werden, bis sich der Aktienkursindex wiederum im vorgeplanten Bereich bewegt, oder es ist zur Auffüllung des erschöpften Depots ein neuer Geldbetrag nachzuschießen.

7.6 DAS PROBLEM DER KLEINEN ANLAGESUMME

7.61 DIE NOTWENDIGKEIT EINER SPEZIELLEN BETRACHTUNG

Ende 1973 bestanden in der Bundesrepublik Deutschland 5,476 Mill. Wertpapierdepots, deren Inhaber inländische Privatpersonen waren. Davon gehörten über 3 Mill. Depots wirtschaftlich Unselbständigen, weitere 1,8 Mill. sonstigen Privatpersonen. Der durchschnittliche Depotinhalt der beiden letzteren Gruppen an inländischen Aktien zu dem genannten Zeitpunkt betrug DM 1 730 Nennwert[1]. Unter diesen Depots werden notwendig viele sein, die als "klein" bezeichnet werden müssen.

Es bereitet jedoch einige Schwierigkeiten, in diesem Zusammenhang "klein" zu definieren. Ein willkürlich festgesetzter Wert - seien es Nennwert, Zahl der Stücke oder eine Kombination dieser Kriterien - würde nicht ausreichen, weil er nicht begründet werden kann. Man könnte versucht sein, ein Depot immer dann als klein zu bezeichnen, wenn die aus dem Auswahlmodell resultierende Kaufanweisung Bruchteile von Stücken beinhaltet. Dies ist jedoch immer der Fall, denn auch bei einer sehr großen Anlagesumme werden Bruchteile zum Kauf angewiesen, wenn die Rechenanlage nur die auf die einzelnen Aktien zu verwendenden Anteile am Budget genau genug errechnet, was keinerlei Schwierigkeiten

---

[1] Entnommen und errechnet aus dem Monatsbericht der DB 1974/8: Die Entwicklung des Wertpapierbesitzes in der Bundesrepublik im Jahre 1973, S. 22 - 31, Tabelle 30.

aufwirft. Andererseits ist "klein" auch nicht beliebig nahe gegen Null verschiebbar, denn eine Kaufanweisung, die z.B. nur oder überwiegend auf Bruchteile unter 1 Stück je Wertpapier lautet, ist nicht sinnvoll, weil aus der notwendigen Rundung der Bruchteile starke Abweichungen vom Optimum folgen werden. Auch vom Kurswert eines bestehenden Depots her kann der Begriff nicht eindeutig beschrieben werden: Die Zahl der Stücke hängt bei gegebener Anlagesumme vom Kurs des Papiers ab, und dieser liegt in der Bundesrepublik Deutschland innerhalb einer Spannweite, die von wenigen DM bis (in einigen Fällen) mehreren Tausend DM reicht. Damit spricht einiges dafür, daß im Zusammenhang mit Portfolio Selection am ehesten auf die Stückzahl der Wertpapiere abgehoben werden muß, wenn "klein" definiert werden soll. (Auch in der Literatur finden sich allenfalls unscharfe Umschreibungen des Begriffs[1].)

Es ist nun zu untersuchen, ob die Anforderungen kleiner Anleger an ein Optimierungsmodell von denen der größeren abweichen und wie sie gegebenenfalls zu erfüllen sind. Folgende Gründe für eine gesonderte Betrachtung lassen sich anführen:

- Auf Bruchteile eines Wertpapiers lautende Anweisungen des Modells führen dazu, daß diese Bruchteile z.B. durch Auf- oder Abrunden in Orders mit ganzzahligem Umfang umgewandelt werden, wodurch das Optimum sehr wahrscheinlich verfehlt wird.
- Orders können eventuell so klein ausfallen, daß die überproportionalen Mindestgebühren des Bankenapparates für die Vermittlung kleiner Börsengeschäfte erhoben werden.

---

[1] Siehe bei W.J. Eiteman, C.A. Dice, D.K. Eiteman, The Stock Market. 4th ed. 1966, New York u.a., S. 528.

- Auch für die Aufbewahrung der Wertpapiere bei der Bank, zu der sich die meisten Anleger entschließen, sind verhältnismäßig hohe Mindestgebühren zu zahlen; während die oben angeführten Mindestprovisionen in der Regel vom ausmachenden Betrag der Order abhängen, besteht die Bemessungsgrundlage bei den Depotgebühren zum Teil in der Stückzahl der verwahrten Papiere je Gattung.

- Unterstellt man die Informationsbeschaffungskosten in erster Näherung als unabhängig von der Zahl der anzuschaffenden/zu verkaufenden Stücke je Wertpapierart, dann kann das Gewicht dieser Kostenart bei sehr kleinen Stückzahlen sehr erheblich sein, wenn 1 Stück als Bezugsgröße herangezogen wird.

Zahl und Bedeutung der beim kleinen Budget zu betrachtenden Sonderheiten lassen es demnach gerechtfertigt erscheinen, diesen praxisnahen Sonderfall speziell zu untersuchen, da keines der in dieser Arbeit erörterten Modelle den angeführten Gegebenheiten Rechnung trägt.

Zunächst ist zu untersuchen, ob gravierende negative Auswirkungen auf das Optimum zu befürchten sind, wenn die vom Modell angewiesenen Bruchteile gerundet[1] werden. Diese Vorgehensweise scheint zunächst erlaubt, da ein mathematisches Modell die Wirklichkeit in der Regel nur unvollständig abbildet, d.h., daß die in das Modell eingehenden Daten in mehr oder minder starkem, oft unbekanntem Umfang

---

[1] Sind leichte Überschreitungen des Budgets erlaubt, dann kann aufgerundet werden. Im anderen Fall ist abzurunden; das Budget wird dann nicht in vollem Umfang in Wertpapieren angelegt.

mit Fehlern behaftet sind. Beim MARKOWITZ-Ansatz sind es die geschätzten Renditen, Varianzen und Kovarianzen, die von den tatsächlichen Werten abweichen werden. Man könnte hoffen, daß der durch Rundung entstehende zusätzliche Fehler nicht in noch stärkerem Ausmaß zur Abweichung vom Optimum beiträgt, als es bereits durch die Ungenauigkeit der angeführten Daten der Fall ist. Diese Hoffnung kann jedoch trügen, wie ein Beispiel bei MÜLLER - MERBACH zeigt[1]:

Tabelle 5a - Der Einfluß nichtganzzahliger, abgerundeter sowie ganzzahliger Lösungsvariablen auf das Optimum

Variable	nichtganzzahlige optimale Lösungswerte	abgerundete Lösungswerte	ganzzahlige optimale Lösungswerte
Y_1	5,7222	5	3
Y_2	2,4444	2	3
Ergebnis (Gewinneinheiten)	23,6667	20	21

Die nichtganzzahlige Lösung in der Tabelle 5a kann nicht schlechter sein als die beiden anderen, da sie c.p. ohne Restriktionen erzielt wurde. Die ganzzahlige (im folgenden zu erklärende) Lösung muß jedoch nicht in jedem Fall besser sein als die durch Abrundung entstandene. Dies geht aus

---

[1] H. Müller-Merbach, Operations Research, 3., durchges. Aufl. München 1973, S. 370. - Es handelt sich bei dem Beispiel um eine lineare Optimierungsaufgabe, jedoch ändert dies nichts am grundsätzlichen Problem.

folgendem Beispiel hervor[1]:

Tabelle 5b - Der Einfluß nichtganzzahliger, abgerundeter sowie ganzzahliger Lösungsvariablen auf das Optimum

Variable	nichtganzzahlige optimale Lösungswerte	abgerundete Lösungswerte	ganzzahlige optimale Lösungswerte
Y_1	0,0150	0	1
Y_2	1,0476	1	0
Y_3	2,7321	2	3
Ergebnis (Rendite in %)	13,1	12,8	12,0

Die Abweichungen der abgerundeten von der besten Lösung können also ins Gewicht fallen. Deshalb ist es notwendig, genauere Lösungen zu suchen.

7.62 EINIGE LÖSUNGSVERSUCHE

Ein wesentliches Hilfsmittel für jeden formalen Ansatz zur Lösung des Problems des kleinen Budgets ist durch die Ganzzahlige Programmierung gegeben. Diese Lösungstechnik stellt einen Spezialfall der Mathematischen Programmierung allgemein dar, die

---

[1] Errechnet aus Angaben bei K. Brockhoff, a.a.O., S. 170. Bei der Ermittlung der Ergebnisse der beiden rechten Spalten der Tabelle wurde unterstellt, daß der nicht ausgeschöpfte Rest des Budgets mit der gewogenen Durchschnittsrendite des investierten Budgets anderweitig angelegt werden kann.

dazu dient, "to find the maximum of a function, when the variables are subject to inequality and equality constraints"[1]. Als ein Beispiel für ein lineares[2] Programm sei angeführt:

$$
\begin{array}{ll}
(70) & 2Y_1 - Y_2 = 10 \\
& -Y_1 + Y_2 = 5 \\
\hline
& Y_1 + 2Y_2 \longrightarrow \text{Max.}
\end{array}
$$

Die Lösung kann mit den bekannten Verfahren der Nichtganzzahligen linearen Programmierung, z.B. mit dem Simplex-Algorithmus, gefunden werden und lautet:

$$Y_1 = 1{,}6666 \qquad Y_2 = 6{,}6666$$

Die Ganzzahlige Programmierung befaßt sich mit dem Problem, den Lösungsvariablen Y_i eines Optimierungsproblems optimale ganzzahlige Werte zuzuordnen. Dies ist theoretisch immer dann notwendig, wenn die durch die Y_i repräsentierten Objekte nicht vollständig teilbar sind. Beispiele aus dem ökonomischen Bereich sind z.B. durchzuführende Atlantikflüge, zu produzierende Autos, anzukaufende Aktien. Einige Verfahren der Ganzzahligen Programmierung schließen an die nichtganzzahlige Lösung an, setzen sie also voraus, z.B. das von GOMORY

---

[1] Vgl. J. Abadie (ed.): Nonlinear Programming. North-Holland-Amsterdam 1967, Preface.

[2] Die Problematik nichtlinearer Programme, insbesondere solcher von größerem Umfang, liegt im wesentlichen in den gegenüber dem linearen Fall aufwendigeren Rechenverfahren; die grundsätzliche Vorgehensweise bleibt gleich. Aus diesem Grunde wird für die folgenden Erläuterungen der lineare Fall zugrunde gelegt.

entwickelte Cutting-Plane-Verfahren. Dies besteht im wesentlichen aus zwei Schritten[1]:

1. Anwendung des Simplex-Algorithmus, um die optimale Lösung eines gegebenen Systems zu erhalten. Sind sämtliche gewünschten Lösungsvariablen ganzzahlig, dann ist das Optimum erreicht, sonst
2. Aufgrund bestimmter Kriterien Erzeugung einer künstlichen Restriktion, die dem System hinzugefügt wird und seinen Lösungsraum einengt. Diese künstliche Restriktion wird als Gomory-Schnitt bezeichnet[2]. Danach läuft der Schritt 1 ab.

Das Prinzip besteht also darin, vom Lösungsraum des zu optimierenden Systems bei jedem Schritt solche Flächen (allgemein Räume oder Hyperräume) abzuschneiden, die bei der weiteren iterativen Bestimmung der Lösung nicht mehr in Frage kommen. "The remarkable mathematical fact is that these algorithms (cutting-plane-Verfahren, Anm. d. Verf.) converge in a finite number of steps - if an integer solution exists"[3,4]. Die - vom Umfang des

---

1 Vgl. H. Müller-Merbach, a.a.O., S. 328.

2 Zum Gomory-Schnitt siehe B. Krekó, Lehrbuch der linearen Optimierung. 3., überarb. und erw. Aufl. Berlin 1968, S. 239 f.

3 Vgl. M.L. Balinski, Some general methods in integer programming, in: J. Abadie (ed.), a.a.O., S. 223-247, hier S. 226.

4 Zum Beweis der Konvergenz siehe R.E. Burkard, Methoden der ganzzahligen Optimierung. Wien - New York 1972, S. 134 f. - Weitere Literatur zum Cutting-Plane-Verfahren: A.M. Geoffrion, R.E. Marsten, Integer Programming Algorithms: A Framework and State-of-the-Art Survey. MS 1972/9, S. 465-491.

Systems abhängige - oftmalige Anwendung des Simplex-Algorithmus zur Lösung eines Problems wird jedoch negative Auswirkungen auf die Rechenzeit haben müssen.

JACOB[1] geht davon aus, daß der kleine Anleger in erster Linie darauf achten muß, nicht zuviele verschiedene Aktien ins Depot aufzunehmen. Gründe dafür sind, wie bereits ausgeführt, die Vereinfachung der Depotverwaltung, die Umgehung der Mindestgebühren, die bessere Übersicht des Depots. Deshalb wird der expliziten Begrenzung der Zahl der verschiedenen Aktien ein besonderes Gewicht zugebilligt.

Der Ansatz basiert auf dem Ein-Index-Modell von SHARPE und besteht aus folgenden Formeln:

$$(71)\quad \delta^2 = \left(\sum_j \beta_j x_j\right)^2 \delta^2(I) + \sum_j \delta^2(\varepsilon_j) x_j^2 \rightarrow \text{Min.}$$

Die Varianz δ^2 des Depots ist zu minimieren.

x_j = Anteil des Papiers j am Depot, $j = 1,2,\ldots,N$;

β_j = Steigung der Regressionsgeraden der Rendite des Papiers j;

I = geschätzter Indexstand am Ende der Periode;

ε_j = Zufallsvariable mit dem Erwartungswert = 0;

N = Zahl der zur Auswahl stehenden Papiere.

$$(72)\quad \sum_j E(e_j) x_j \geq S$$

Ein bestimmter Mindestertrag S ist zu erzielen.

$$(73)\quad \sum_j x_j = 1$$

---

[1] Vgl. N.L. Jacob, A Limited-Diversification Portfolio Selection Model for the small Investor. JoF 1974/3, S. 847-856.

Das Budget ist ohne Rest anzulegen.

(74) $x_j \geq 0$

Leerverkäufe sind nicht erlaubt.

(75) $\sum_j Y_j \leq T$

Die Zahl der verschiedenen Aktien Y im Depot darf eine vorgegebene Anzahl T nicht übersteigen.

(76) $Y_j = 0$ oder 1,

(77) $Y_j - x_j \geq 0$

Gl. (76) und Ungl. (77) machen deutlich, daß eine gemischt-ganzzahlige Optimierungsaufgabe vorliegt. Bei diesem Unterfall einer rein-ganzzahligen Aufgabe gilt im vorliegenden Fall: Die $Y_j = 1$ zeigen die Aktien an, die ausgewählt worden sind; $Y_j = 0$ bedeutet Nichtaufnahme ins Depot. Dies sind die ganzzahligen Lösungsvariablen, die für sich betrachtet wiederum einen Spezialfall darstellen, da sie nur 0 oder 1 sein dürfen. Die x_j sind nichtganzzahlig.

Folgendes Beispiel verdeutlicht den Zusammenhang der Formeln (73) bis (77):

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Y_j	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0
x_j	0	0	0,1	0	0	0	0,3	0,3	0,2	0	0,1	0	0	0

Somit ist $N = 14$ (vorgegebene Zahl an vorhandenen Aktien)

$$\sum_j x_j = 1$$

$$x_j \geq 0$$

$$\sum_j Y_j \leq 5 \quad \text{(maximal 5 Aktien sind auszuwählen)}$$

$$Y_j = 0 \text{ oder } 1$$

$$Y_j - x_j \geq 0$$

Es wurden die Papiere Nr. 3, 7, 8, 9, 11 mit den korrespondierenden Anteilen 10 %, 30 %, 30 %, 20 %, 10 % ausgewählt.

Die Y_j sind als Hilfsvariable aufzufassen, die für den verwendeten Algorithmus notwendig sind, für den Anleger aber keinen Informationsgehalt aufweisen. Das Ergebnis des Modells besteht wie bei SHARPE und MARKOWITZ aus einem efficient set, der allerdings wegen der zusätzlichen Restriktion (75) im gesamten E-V-Raum (Abb. 6) durch die Effizienzlinien der beiden Konkurrenzmodelle dominiert werden muß. Jedes Depot enthält höchstens T verschiedene Aktien, wodurch die Übersichtlichkeit des Depots zweifellos gefördert wird, jedoch werden die Anteile x_j am Depot weiterhin in einer Form ausgedrückt, die zu nichtganzzahligen Stücken führt. Auf die Rechenzeiten wird einzugehen sein.

In einem vereinfachten Modell[1] gibt JACOB exakt T verschiedene Papiere vor, die ins Depot aufgenommen werden dürfen, wobei als weitere Bedingung gilt: Der Anteil eines jeden Papiers beträgt $\frac{1}{T}$. Diese zusätzlichen Restriktionen mögen zwar zu bes-

---

[1] Vgl. N.L. Jacob, a.a.O., S. 849.

seren Rechenzeiten führen, müssen aber besonders wegen der willkürlichen Bedingung $x_j = \frac{1}{T}$ zu weit vom Optimum entfernten Portefeuilles führen und erscheinen deshalb nicht diskutabel.

FAALAND kombiniert bei seiner Lösung das von JACOB angewandte Cutting-Plane-Verfahren mit einer weiteren Technik, die im Zusammenhang mit der Ganzzahligen Programmierung bisweilen genannt wird: der Enumeration. Im ursprünglichen Sinne bedeutet dies "die Berechnung aller möglichen Lösungen (des Programms, Anm. d. Verf.) und Auswahl der besten"[1]. Sämtliche nur denkbaren Lösungen sind also zu ermitteln und sodann untereinander auf Optimalität zu prüfen. Die Zahl der Möglichkeiten wächst rapide: Besteht die Grundgesamtheit z.B. aus 100 Papieren und sollen zwei Papiere (mit gleichen Anteilen) ausgewählt werden, dann ergeben sich 4450 Kombinationen, bei drei Papieren c.p. bereits 161 700, bei vier Papieren c.p. nahezu 4 Mill. Kombinationen[2]. Angesichts der schnell über alle Grenzen steigenden Zahl der Kombinationen - besonders, wenn ungleiche Anteile zugelassen werden - ist Vollenumeration bei Portfolio Selection jedoch unter realistischen Umständen praktisch kaum durchführbar. Daher wird auf die Partialenumeration zurückgegriffen. Man macht sich dabei zunutze, daß aufgrund gewisser Kriterien eine frühe Ausscheidung

---

[1] Vgl. H. Müller-Merbach, a.a.O., S. 327. Hervorhebung durch den Verfasser.

[2] Allgemein beträgt die Zahl der Kombinationen ohne Wiederholung $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$ mit $k \leq n$.

von wahrscheinlich nicht in Betracht kommenden Lösungen möglich ist[1].

Für die Ersparnis an Rechenzeit ist jedoch in Kauf zu nehmen, daß das absolute Optimum eventuell nicht erreicht wird[2].

FAALAND hält JACOB's Modell I für zu rechenaufwendig, zu Recht bezeichnet er das Modell II als zu uniform. Auch FAALAND's Ansatz basiert auf SHARPE's Ein-Index-Modell. Folgende Symbole werden benötigt[3]:

e_j = erwartete Rendite des Papiers j(j=1,2,...,N);

K = Zahl der gleichen Anteile, in die das Budget aufgeteilt werden soll (unabhängig von der Zahl der Papiere);

X_j = Zahl der gleichen Anteile am Budget, die auf das Papier j entfallen;

β_j = Steigung der Regressionsgeraden des Papiers j;

δ_t^2 = Varianz des Portefeuilles;

$\delta(I)$ = Varianz des geschätzten Indexstandes am Ende der Periode;

$\delta(\varepsilon_j)$ = Varianz der Zufallsvariablen ε_j.

Das Modell besteht aus folgenden Formeln:

---

[1] Siehe dazu R.H. Pettway, Integer Programming in Capital Budgeting: A Note on computational Experience. JoFQA 1973, S. 665-672, hier S. 669.

[2] So bei H. Müller-Merbach, a.a.O., S. 298 f.

[3] Vgl. B. Faaland, An integer programming algorithm for portfolio selection. MS 1974/10, S. 1376-1384.

$$(78)\quad \sum_j \frac{E(e_j)}{K} X_j \longrightarrow \text{Max.}$$

$$(79)\quad \left(\sum_j \frac{\beta_j \delta(I)}{K} X_j\right)^2 + \sum_j \frac{\delta(\varepsilon_j)}{K^2} X_j^2 \leq \delta_t^2$$

Die Varianz des Portefeuilles darf ein exogenes bestimmtes Maß δ_t^2 (t=1,2,...,p) nicht übersteigen; unter dieser Bedingung ist der Erwartungswert der Rendite zu maximieren.

$$(80)\quad \sum_j X_j = K$$

Die Summe der gleichen Anteile je Wertpapier im Depot ist genau gleich einer vorgegebenen Zahl K.

$$(81)\quad \# \left\{ X_j \mid X_j > 0 \right\} \leq T$$

Die Zahl der verschiedenen, ins Depot aufzunehmenden Papiere beträgt höchstens ein vorgegebenes $T \leq K$.

$$(82)\quad X \geq 0, \text{ ganzzahlig}$$

Die Zahl der Anteile je Wertpapier ist positiv und ganzzahlig.

Zusammengefaßt ist das Modell wie folgt zu interpretieren: Die Zahl der in das Portefeuille aufzunehmenden verschiedenen Papiere wird mit höchstens T exogen bestimmt. Diese werden von dem Modell in insgesamt genau K gleiche, ganzzahlig positive, ebenfalls vorzugebende Teile zerlegt. Als weitere Nebenbedingung gilt, daß die Varianz ein wiederum vorgegebenes Maß nicht übersteigen darf. Unter diesen Bedingungen ist der Erwartungswert der Rendite des Portefeuilles zu maximieren.

Zur Erläuterung mag ein Beispiel dienen:
Für T = 5, K = 15, ein bestimmtes δ^2 und N = 10 soll der Lösungsvektor lauten:

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
X_j	0	0	2	5	0	3	3	0	2	0	$\sum_j X_j = 15$

Papier Nr. 3 ist mit 2
Papier Nr. 4 ist mit 5
Papier Nr. 6 ist mit 3
Papier Nr. 7 ist mit 3
Papier Nr. 9 ist mit 2 Anteilen des Gesamtbudgets zu kaufen.

7.63 KRITISCHE BEURTEILUNG

Der von FAALAND speziell konstruierte Algorithmus zur Lösung des Systems Gl. (78) bis (82) ermittelt für jedes vorgegebene δ_t^2 e i n Portefeuille, so daß der efficient set genau p Depots enthält. K ist für jedes Depot des gesamten set gleich groß, T hingegen und die Wertpapiere selbst können von Depot zu Depot variieren.

Da $\frac{X_j}{K}$ in der Zielfunktion (78) dem x_j in der Gl. (72) entspricht, sind die linken Seiten dieser beiden Formeln gleich. Da weiterhin sowohl JACOB's wie FAALAND's Ansätze auf dem Modell von SHARPE beruhen, sind die Formeln (79) und (78) den Formeln (71) und (72) äquivalent. Beide Ansätze sind also bis auf die Variable K identisch. JACOB's Modell ist jedoch vorzuziehen, weil durch x_j die Anteile der einzelnen Papiere am Depot völlig frei bestimmbar sind. Ein kleines K bei FAALAND dagegen schränkt die Lösungen stark ein, weil damit eine neue Restriktion in das System eingeführt wird. Ein

großes K ist nicht nur wünschenswert, sondern erforderlich, um diese Restriktion zu mildern; bei $K \rightarrow \infty$ ist diese Restriktion eliminiert. Dann bestehen keine Unterschiede mehr zwischen den beiden Modellen. Jedoch stellt sich dann die Frage, ob die von FAALAND bezweckte Verkürzung der Rechenzeit realisiert werden kann[1]. Hingegen kann man die exogene Vorgabe der δ_t^2 als einen Fortschritt werten, denn dadurch wird die übliche Bestimmung des gesamten efficient set auf die Berechnung des interessierenden Kurvensegments reduziert. Auch hier verbleibt es jedoch letztlich bei nichtganzzahligen zu kaufenden Stücken eines Wertpapiers.

Sowohl JACOB wie FAALAND dient die Ganzzahlige Programmierung dazu, Zwischenziele bei der Lösung des Problems des kleinen Budgets zu erreichen. Allein BROCKHOFF hat bisher einen Vorschlag für eine direkte Nutzung der Ganzzahligen Programmierung zur Lösung des Problems unterbreitet, nämlich die Ableitung ganzzahliger Stückzahlen aus dem Modell. Zu den vom MARKOWITZ-Ansatz bekannten Formeln

$$(35) \quad V = \sum_i \sum_j x_i x_j \delta_{ij} \longrightarrow \text{Min.} \quad (i=1,2,\ldots,N)$$

$$(36) \quad R = \sum_i x_i E_i(R)$$

$$(38) \quad x_i \geq 0$$

fügt BROCKHOFF die Bedingungen

---

[1] Die in den Testläufen erreichten Rechenzeiten bewegen sich im Bereich von einigen Sekunden, beruhen aber auf sehr kleinen Grundgesamtheiten und sehr kleinem K. Die Aussagefähigkeit der Beispiele ist also sehr stark eingeschränkt. Vgl. B. Faaland, a.a.O., S. 1382 f.

$$(83) \quad \sum_i x_i \leq 1$$

$$(84) \quad x_i B = n_i K_i$$

hinzu, wobei B die Anlagesumme (das Budget), n_i die Anzahl der Stücke der Aktie i und K_i den Kurs der Aktie i bedeuten. Vervollständigt man das System der Formeln (35), (36), (38), (83), (84) durch

$$(85) \quad \#\left\{ x_j \mid x_j > 0 \right\} = T,$$

dann erreicht man: Für einen bestimmten Erwartungswert der Rendite R des Depots wird die Varianz minimiert, wobei höchstens T verschiedene Wertpapiere im Depot enthalten sind; von jedem Papier werden n (ganzzahlige) Stücke gekauft[1].

Ungleichung (83) in diesem System ist besonders zu beachten. Sie läßt zu, daß das Budget nicht voll ausgeschöpft wird und somit ein positiver Rest erlaubt ist. Handelte es sich bei (83) um eine Gleichung, dann würde aus diesem Zwang zur vollständigen Anlage des Budgets sehr wahrscheinlich eine merkliche Beeinträchtigung sowohl der Rendite wie auch der Varianz des Portefeuilles resultieren (wenn es überhaupt realisierbar wäre). Unter diesen Umständen erscheint es vorteilhafter, den Rest des Budgets als Kasse zu halten oder eine anderweitige Anlage in Erwägung zu ziehen.

---

[1] Ein Algorithmus zur Auflösung des Systems war jedoch in den Programmbibliotheken des DRZ Darmstadt, der GMD in Birlinghoven und der Universität zu Köln nicht vorhanden.

Wenngleich die Rechenzeiten für elektronische Rechenanlagen im Zusammenhang mit Portfolio Selection grundsätzlich nicht mehr die gleiche Bedeutung haben wie früher, wird diese generelle Aussage beim kleinen Budget eingeschränkt werden müssen. Die Anwendung der Ganzzahligen Programmierung fordert ihren Tribut in Form signifikant erhöhter Rechenzeiten, und zwar besonders bei realistischen Grundgesamtheiten. "Although the length of the computations does not seem to grow quite exponentially with the dimension of the problem, the growth is nevertheless quite rapid"[1]. Auch LEMKE und SPIELBERG sehen sich mit Rechenzeiten konfrontiert, die stark überproportional mit dem Umfang des Problems wachsen[2].

Andere Autoren[3] haben sich zum Ziel gesetzt, die Effizienz verschiedener Ganzzahligkeits-Algorithmen zu testen. Die Rechenzeiten für die Lösung kleinerer Probleme selbst im linearen Fall bewegten sich sogar auf Großrechenanlagen im Minutenbereich, zum Teil wurde noch nicht einmal mit 15 000 Iterationen des Algorithmus die optimale Lösung gefunden. Einen umfassenden Überblick über eine

---

1 Vgl. E.L. Lawler, M.D. Bell, A method of solving discrete optimization problems. OR 1966/6, S. 1098 - 1112, hier S. 1111. Die Autoren berichten über Erfahrungen mit kleineren Problemen.

2 Vgl. C.E. Lemke, K. Spielberg, Direct search algorithms for zero-one and mixed-integer programming. OR 1967/5, S. 892 - 914.

3 C.A. Trauth jun., R.E. Woolsey, Integer linear programming: A study in computational efficiency. MS 1969/9, S. 481-493; R.J. Giglio, H.M. Wagner, Approximate Solutions to the Three Machine Scheduling Problem. OR 1964/2, S. 305-324.

Vielzahl von Algorithmen, Anwendungen und Rechenzeiten geben GEOFFRION und MARSTEN in einer neueren Untersuchung[1]. Ein Beispiel unter vielen wirft ein bezeichnendes Licht auf den Rechenzeitbedarf: Für ein System mit nahezu 300 Restriktionen und über 400 Variablen, welches damit bereits einen praxisnahen Umfang besitzt, benötigt man 21 Minuten auf einem Größtcomputer.

Die verhältnismäßig langen Rechenzeiten signalisieren, daß die Entwicklung ganzzahliger Algorithmen noch nicht so weit fortgeschritten ist wie bei den nichtganzzahligen. Diese Vermutung wird dadurch gestützt, daß Ganzzahligkeitsprobleme zeitlich erst nach den nichtganzzahligen als Spezialfall von der Forschung in Angriff genommen wurden und allein daraus ein Entwicklungsgap resultiert[2], welches durch die besondere Problematik der Ganzzahligkeit noch erweitert wurde. Auch ist zu vermuten, daß bei der Computertechnik der 60-er Jahre mit den gegenüber heute eingeschränkten Rechenmöglichkeiten Arbeiten auf dem in Rede stehenden Sektor eher behindert als gefördert wurden. Insgesamt ergibt sich ein Eindruck, wonach es durchaus möglich erscheint, daß auf diesem Sektor eine ähnliche Entwicklung einsetzt, wie sie im Bereich der nichtganzzahligen Problemlösung in der Vergangenheit zu verzeichnen war. Auch von den verwendeten Algorithmen her sind durchaus noch Fortschritte zu erwarten. So gewinnt aufgrund einiger neuerer Entwicklungen das schon seit längerer Zeit bekannte

---

[1] Vgl. A.M. Geoffrion, R.E. Marsten, a.a.O.

[2] George B. Dantzig hatte bereits 1948 eine erste Arbeit über Lineare Mathematische Programmierung veröffentlicht, während der erste Beitrag zu Fragen der Ganzzahligkeit 1956 erschien (von R.E. Gomory).

Branch-and-Bound-Verfahren immer mehr Bedeutung im Zusammenhang mit Problemen der Ganzzahligkeit[1]. Vieles deutet also darauf hin, daß die Rechenzeiten auch hier bald nicht mehr die entscheidende Rolle spielen werden.

Methodisch ebenso wichtig erscheint ein anderes Problem. Es wurde gezeigt, daß bei der Lösung des Problems des kleinen Budgets die Einschränkung der Diversifizierung hingenommen werden muß. Dem steht als Vorteil die Ersparnis gewisser Kosten gegenüber, wenn nur wenige Aktien im Portefeuille enthalten sind. Verlust an Optimalität in bezug auf Rendite und Risiko steht also gegen die Verminderung der mit dem Depot verbundenen Kosten, verglichen mit der Alternative "Runden der entsprechenden Kaufanweisung aus dem MARKOWITZ-Modell". Der Entscheid zwischen beiden Systemen kann bis jetzt nur getroffen werden, indem in beiden Fällen die effizienten sets bestimmt und sodann miteinander verglichen werden, wobei bereits vorausgesetzt wird, daß die durch die Rundung entstehenden Verluste an Optimalität von der Rechenanlage ermittelt werden. Hier könnte der Computer in noch stärkerem Ausmaß eingesetzt werden, indem er auch die letzte noch ausstehende Entscheidung trifft, nämlich den Depotinhalt entweder ganzzahlig oder durch Rundung zu bestimmen.

Die Prüfung der Frage letztlich, ob die dargestellten Überlegungen von dem kleinen Anleger in der Praxis angewendet werden können, führt zu einem differenzierten Ergebnis. Als Hauptproblem

---

[1] Vgl. E.L. Lawler, D.E. Wood, Branch-And-Bound Methods: A Survey. OR 1966/4, S. 699-719. Daneben R.E. Burkard, a.a.O., S. 170 ff.

ergibt sich aus den vorstehenden Erörterungen, daß zur Errechnung des kleinen optimalen Portefeuilles der Computer besonders dringend benötigt wird. In einer Vielzahl von Fällen wird der Preis für seine Benutzung jedoch wahrscheinlich nicht in einem günstigen Verhältnis zum erwarteten Gewinn stehen. Verglichen mit diesem Aspekt nimmt sich die Lösung anderer Teilprobleme nicht so schwierig aus: Die Beschaffung der Eingabedaten ist durch eigene Prognosen des Anlegers, durch Lektüre entsprechender Publikationen oder Beratung der Banken noch am ehesten erschwinglich; die Benutzung der Programme dürfte gegen Zahlung einer Gebühr möglich sein; der Benutzung eines auch räumlich entfernt installierten Computers stehen durch die Datenfernverarbeitung technische oder organisatorische Hindernisse nicht im Wege. Allein der Preis für die Nutzung der hardware stellt zur Zeit das Hindernis für die praktische Anwendung der gewonnenen Erkenntnisse in breitem Umfang dar.

8 ZUSAMMENFASSENDE WERTUNG

Es sind mehrere Modelle analysiert worden, als deren gemeinsames Ziel die Bestimmung optimaler Wertpapiermischungen anzusehen ist. Die Vor- und Nachteile dieser Systeme wurden herausgearbeitet, die Anwendungsgesichtspunkte gebührend beachtet. Zuvor hatte die Gegenüberstellung der Random-Walk- und Trendhypothese zu einer tendenziell positiven Antwort auf die grundsätzliche Frage geführt, ob Kursprognosen mit Aussicht auf Erfolg vorgenommen werden können.

Bei der Diskussion der Ansätze ergaben sich bereits gewisse Wertungen. Das Konzept des "Safety First" wird als ein Unterfall des MARKOWITZ-Ansatzes verstanden, der das Problem methodisch gradliniger und rechentechnisch eleganter löst als ROY. Dabei wird nicht übersehen, daß auch ROY wesentliche Elemente für die Bestimmung des optimalen Portefeuilles erkannt hat; es mangelt jedoch an einer operationalen Umsetzung dieser Erkenntnisse in eine maschinelle Lösungsmöglichkeit.

Die Modelle "Time-State-Preference" und "Geometric Mean" erscheinen allein deshalb nur bedingt anwendbar, weil die Beschaffung der input-Daten für mehrere Perioden den Wertpapieranalytiker vor schier unlösbare (qualitative und quantitative) Probleme stellt. Als ebenso bedeutsam muß die Möglichkeit betrachtet werden, daß sich die Nutzenfunktion des Anlegers während der auf n Perioden festgelegten Haltezeit der Investition ändert, diese Änderung aber nicht berücksichtigt werden kann.

Im Hinblick auf die "Stochastische Dominanz" ergab sich ein Resultat, wonach die bekanntgewordenen Ergebnisse durch jene des EV-Ansatzes übertroffen werden. Es wird gewürdigt, daß der Ver-

zicht auf die Schätzung der zukünftigen Renditen und das völlige Abstellen auf Daten der Vergangenheit dennoch recht gute Ergebnisse entstehen lassen. Bei einer Verfeinerung des Ansatzes mag eine weitere Verbesserung durchaus möglich sein. Sie müßte insbesondere zum Ziel haben, statt der für die Depotbildung verwendeten Zufallsauswahl ein gezieltes Verfahren anzusetzen, um sich die Vorteile der Diversifizierung zunutze zu machen. Es wäre darüber hinaus wünschenswert, wenn mehr als bisher auch im unteren Renditebereich effiziente Portefeuilles ausgewiesen werden.

Mit der Formelanlageplanung wurde ein Instrument erörtert, dem die Bezeichnung Entscheidungs-"Modell" evtl. nicht im vollen Sinne des Wortes zukommt, wozu die in diesem Falle nicht notwendige Formalisierung beitragen wird. Aber auch hier wird dem Anleger eine Strategie zur Erreichung seines Ziels vorgegeben. Die Frage, ob die Voraussetzung der tendenziell steigenden Wertpapierkurse als realistisch zu betrachten ist, wird jedoch nicht von sämtlichen Autoren positiv beantwortet.

Ein besonderes Augenmerk war auf die Bemühungen zu richten, auch dem Kleinanleger eine Lösung des Auswahlproblems zu bieten. Das "Limited-Diversification"-Modell nimmt als Spezialfall in der Reihe der diskutierten Ansätze eine besondere Stellung ein. Es erwies sich als notwendig, weil bestimmte Anforderungen des kleinen Anlegers von den übrigen Modellen nicht erfüllt werden und weil die Vielzahl der vorhandenen kleinen Investoren ein Indiz für den Bedarf einer entsprechenden Lösung ist. Für zwei bekannt gewordene Ansätze stehen zwar die Lösungsalgorithmen zur Verfügung, jedoch lösen sie gerade das wesentliche Problem der Ganzzahligkeit der anzuschaffenden Stücke nur unzureichend. Für die aus Teilansätzen in der Literatur entwickelte

befriedigende Lösung dagegen fehlt ein entsprechendes Rechenprogramm. Wenngleich für die Mehrzahl der Depotoptimierungsmodelle die Rechenzeit auf elektronischen Anlagen kein Diskussionsgegenstand mehr ist, so muß diese Aussage bei der Behandlung des Problems des kleinen Budgets relativiert werden, wenngleich sich auch in diesem Fall die Möglichkeiten stetig verbreitern.

Der Ansatz von SHARPE und weitere Abwandlungen durch COHEN und POGUE sind dem technischen Fortschritt zum Opfer gefallen: Die als Grund für die Entwicklung dieser Modelle genannte vergleichsweise lange Rechenzeit des Ausgangsmodells hat infolge der teilweise stürmischen Entwicklung auf dem Computer-Sektor ihre ursprüngliche Bedeutung verloren. Zwar benötigt man für den ursprünglichen Ansatz auch jetzt noch mehr Rechenzeit als für die verkürzten Versionen, aber die Kosten für die Rechenanlagenbenutzung sind so stark gefallen, daß die geringen Mehrkosten für die Anwendung des MARKOWITZ-Modells nahezu in jedem Fall durch die höhere erwartete Rendite überkompensiert werden.

Viele der vorgestellten Modelle haben in unterschiedlichem Umfang die Ergebnisse genutzt, die MARKOWITZ beim Aufbau seines Ansatzes gewonnen hatte. Nirgendwo anders sind die Beziehungen zwischen Rendite und Risiko in einem Portefeuille so klar formal und verbal formuliert worden wie dort. Insbesondere ist der Nachweis, daß die Diversifikation einen stabilisierenden Einfluß auf die Rendite ausübt, von niemandem angefochten worden. Angesichts der teilweise nicht lösbaren Probleme mehrperiodischer Optimierungsmodelle nimmt sich die manchmal kritisierte Beschränkung auf e i n e Periode als Vorteil aus. Es wurde gezeigt, daß dieses Modell hinsichtlich

- der Güte der Ergebnisse
- der Menge der notwendigen Eingabedaten
- der notwendigen Rechenzeit

insgesamt betrachtet sämtlichen Konkurrenzmodellen überlegen ist.

Die Realisierung des optimalen Depots an der Börse führt bei engen Aktienmärkten zu Schwierigkeiten, die jedoch nicht im Modell begründet sind. Die Revision des Portefeuilles schließlich hat sich als gewichtiger Teilaspekt der Portfolio Selection erwiesen, welcher noch einige Probleme in sich birgt.

Wesentliche Teilprobleme in der Theorie der Portfolio Selection haben mittlerweile eine feste Basis erhalten. Dabei wird nicht außer Acht gelassen, daß man in den Sozialwissenschaften kaum einmal unterstellen kann, eine bestimmte These stehe außerhalb jeden Zweifels[1]. Die Prämissen, von denen MARKOWITZ ausgeht, werden vom größeren Teil der Autoren als realistisch betrachtet[2]. Zumindest wird man sich nach alledem SAMUELSON's Meinung anschließen können, wonach in der praktischen Anwendung und bei realistischer Einschätzung der Datengewinnungsmöglichkeiten das E-V-Modell durchaus eine Lösung des Depotoptimierungsproblems dar-

---

[1] Vgl. E.F. Fama (1965), a.a.O., S. 98.

[2] Anderer Meinung sind teilweise oder entschieden u.a. C.P. Alderfer, H. Biermann jr., Choices with risk: Beyond the mean and variance. JoB 1970/3, S. 341-353; E.F. Fama (1970), a.a.O.; J. Hadar, W.R. Russell, a.a.O.; N.H. Hakansson (1971), a.a.O.; G. Hanoch, H. Levy, Efficient Portfolio Selection with quadratic and cubic utility. JoB 1970/2, S. 181-189.

stellt[1].

Angesichts der Theoriekonformität und grundsätzlichen Praktikabilität des MARKOWITZ-Modells, aber auch seiner Verkürzungen, bleibt es verwunderlich, daß der Einsatz solcher Modelle in der Praxis samt der Realisierung der Überlegungen zur Revision des Portefeuilles dennoch nicht weit fortgeschritten ist[2]. COHEN, ZINBARG und ZEIKEL haben einige Gründe zusammengefaßt: "Several reasons are apparent, not the least of which is the traditional inability of academic critics to communicate effectively with practicing professionals. Suspicion and lack of understanding, and the personal fear of recognizing how ineffective results actually have been, further reduced practitioners' willingness to accept the benefits which can be provided by these techniques. And, of course, the theories themselves are continually being challenged and revised, so that practitioners are reluctant to implement new ideas which may become obsolete quite rapidly"[3].

Mit der Änderung von Arbeitsverfahren und -methoden werden die Praktiker allerdings auch in anderen betrieblichen Bereichen stetig konfrontiert, weiterhin scheint die Entwicklung auf dem Gebiet der Portfolio Selection nunmehr in ruhigeren Bahnen als bisher zu verlaufen, so daß der im Zitat zuletzt angeführte Tatbestand an Gewicht verloren hat. Die übrigen Gründe jedoch kennzeichnen die Situation. Allerdings könnte das Erkennen von Fehlentwicklungen auch hier zum Anlaß genommen werden, um sie entsprechend zu korrigieren.

---

[1] Vgl. P.A. Samuelson (1967), a.a.O., S. 12.

[2] Dies wurde noch im Jahre 1969 von Kahl über amerikanische Erfahrungen berichtet. Vgl. A.L. Kahl, Investment Management and the Computer: Limitations and Prospects; Diss. University of Florida 1969, S. 3.

[3]

VERZEICHNIS DER VERWENDETEN LITERATUR

a) Quellen mit Angabe des Verfassers

Abadie, J. (ed.): Nonlinear Programming. North-Holland-Amsterdam 1967.

Alderfer, Clayton P.; Biermann, Harold jr.: Choices with risk: Beyond the mean and variance. JoB 1970/3, S. 341-353.

Arditti, Fred D.: Risk and the required return on equity. JoF 1967/1, S. 19-36.

Arditti, Fred D.: Another look at mutual fund performance. JoFQA 1971/3, S. 909-912

Arditti, Fred D.; Levy, Haim: Portfolio Efficiency Analysis in three Moments: The multiperiod Case. JoF 1975/3, S. 797-809.

Bachelier, Louis: Theory of Speculation, in: Cootner, Paul H. (ed.): The Random Character of Stock Market Prices. Cambridge 1964, S. 17-78.

Balinski, M.L.: Some general methods in integer programming, in: Abadie, J. (ed.): Nonlinear Programming. North-Holland-Amsterdam 1967, S. 223-247

Barron, Michael J.: The notional rate method of solving portfolio analysis problems when short sales are permitted. JoBF 1970/3, S. 45-56.

Baumann, W. Scott: Scientific Investment Analysis - Science or Fiction. FAJ 1967/1, S. 93-97.

Baumgartner, Cyrill; Gehrig, Bruno: Magnetband - Magnetplatte - Datenfernverarbeitung. Zürich 1973

Blaich, Jürgen: Möglichkeiten und Grenzen der Modelle der Portfolio Selection - dargestellt an einigen Beispielen aus der Bundesrepublik Deutschland. Diss. Münster 1971.

Bleymüller, Josef: Theorie und Technik der Aktienkursindices. Wiesbaden 1966.

Blume, Marshall: Portfolio Theory: A Step Towards Its Practical Application. JoB 1970/2, S. 152-173.

Boge, Axel: Mittlere Datentechnik, in: Littmann H.E. (Hrsg.): Handbuch der Maschinellen Datenverarbeitung, 6/1/0, Stuttgart (fortlaufend).

Bowman, Robert G.: The role of utility in the State-Preference Framework. JoFQA 1975/2, S. 341-352.

Breen, William; Jackson, Richard: An efficient algorithm for solving large-scale portfolio problems. JoFQA 1971/1, S. 627-637.

Brestel, Heinz: Aktienindex der F.A.Z. weiter ausgebaut. Sonderdruck der FAZ vom 22.7.70.

Brockhoff, Klaus: Zum Problem des optimalen Wertpapierbudgets. Unternehmensforschung 1967, Bd. 11, H. 1, S. 162-172.

Burkard, Rainer E.: Methoden der ganzzahligen Optimierung. Wien - New York 1972.

Büschgen, Hans E.: Dynamische Anlageplanung am Aktienmarkt. Die Aktiengesellschaft 1962/6, S. 146-154.

Büschgen, Hans-Egon: "Timing" am Aktienmarkt durch Formelanlageplanung. Saling Aktienführer 1966, Verlag Hoppenstedt & Co., Darmstadt u.a., S. I^{+} - $XXVI^{+}$.

Büschgen, Hans E.: Zum Problem der Planung von Wertpapierbeständen, insbesondere durch Kreditinstitute und Investmentgesellschaften. Kredit und Kapital 1969/1, S. 1-59.

Büschgen, Hans E.: Investmentfonds und optimale Wertpapiermischung, in: Linnhardt, Hanns; Penzkofer, Peter; Scherpf, Peter (Hrsg.): Dienstleistungen in Theorie und Praxis, Festschrift für Otto Hintner, Stuttgart 1970, S. 39-59.

Chen, Andrew H.Y.; Jen, Frank C.; Zionts, Stanley: The Optimal Portfolio Revision Policy. JoB 1971/1, S. 51-61.

Cheng, Pao Lun: Efficient Portfolio Selections beyond the Markowitz Frontier. JoFQA 1971/5, S. 1207-1233.

Cheng, Pao L.; Deets, M. King:	Portfolio Returns and the Random Walk Theory. JoF 1971/1, S. 11-30.
Cohen, Kalman J.; Pogue, Jerry A.:	An empirical evaluation of alternative Portfolio Selection Models, JoB 1967/2, S. 166-193.
Cohen, Jerome B.; Zinbarg, Edward D.; Zeikel, Arthur:	Investment Analysis and Portfolio Management. Rev. ed. Homewood (Ill.) 1973.
Cootner, Paul H. (ed.):	The Random Character of Stock Market Prices. Cambridge 1964.
Day, C.L.:	Forecasting industry profits. JoBF 1972/4, S. 15-24.
Dev, Susan; Webb, Michael:	The accuracy of company profit forecasts. JoBF 1972/3, S. 26-39.
Dworatschek, Sebastian:	Einführung in die Datenverarbeitung. 5. Aufl. Berlin-New York 1973.
Eiteman, Wilford J.; Dice, Charles A.; Eiteman, David K.:	The Stock Market. 4th ed. New York u.a. 1966.
Elton, Edwin J.; Gruber, Martin J.:	Dynamic Programming applications in finance. JoF 1971/2, S. 473-505.
Eppen, Garry D.; Fama, Eugene F.:	Solutions for cash-balance and simple dynamic portfolio problems. JoB 1968/1, S. 94-112.
Evans, John L.:	The Random Walk Hypothesis, Portfolio Analysis and the Buy-and-Hold Criterion. JoFQA 1968/2, S. 327-342.
Evans, John L.; Archer, Stephen H.:	Diversification and the reduction of dispersion: An empirical analysis. JoF 1968/5, S. 761-767.
Faaland, Bruce:	An integer programming algorithm for portfolio selection. MS 1974/10, S. 1376-1384.
Falkenhausen, Hasso von:	Optimallösungen für Entscheidungsfolgen - Ermittlung durch analytische Methoden (dynamic programming) und Simulation. IBM-Form 78105.
Fama, Eugene F.:	The Behavior of Stock Market Prices. JoB 1965/1, S. 34-105.

ama, Eugene F.:	Multiperiod Consumption-Investment Decisions. AER 1970/1, S. 163-174.
ama, Eugene F.: 970a)	Efficient capital markets: A review of theory and empirical work. JoF 1970/2, S. 383-423.
ama, Eugene F.; lume, Marshall E.:	Filter Rules and Stock-Market Trading. JoB 1966/1, Part II, S. 226-241.
arrar, Donald Eugene:	The investment decision under uncertainty. Englewood Cliffs 1962.
ischer, Donald E.; ordan, Ronald J.:	Security Analysis and Portfolio Management. Englewood Cliffs 1975.
ischer, Ulrich E.:	Teilnehmerbetrieb - Eine moderne Form der Nutzung von Rechensystemen. Köln - Braunsfeld 1973.
rancis, Jack Clark:	Investments: Analysis and Management. New York u.a. 1972.
rancis, Jack Clark:	Skewness and Investors decisions. JoFQA 1975/1, S. 163-172.
rancis, Jack Clark; rcher, Stephen H.:	Portfolio Analysis. Englewood Cliffs 1971.
rankfurter, George M.; hillips, Herbert E.:	Efficient algorithms for conducting Stochastic Dominance tests on large numbers of portfolios: A Comment. JoFQA 1975/1, S. 177-179.
riend, Irwin; ickers, Douglas:	Portfolio-Selection and Investment Performance. JoF 1965/3, S. 391-415.
riend, Irwin; lume, Marshall:	Measurement of Portfolio Performance under Uncertainty. AER 1970/4, S. 561-575.
anzhorn, K.; jaden, K. (Hrsg.):	Was ist Software? Köln-Braunsfeld 1970.
eoffrion, A.M.; arsten, R.E.:	Integer Programming Algorithms: A Framework and State-of-the Art-Survey. MS 1972/9, S. 465-491.
iglio, Richard J.; agner, Harvey M.:	Approximate Solutions to the Three Machine Scheduling Problem. OR 1964/2, S. 305-324.

Godfrey, Michael D.; Granger, Clive W.J.; Morgenstern, Oskar: The Random-Walk-Hypothesis of Stock Market Behavior. Kyklos 1964/1, S. 1-30.

Gordon, M.J.; Paradis, G.E.; Rorke, C.H.: Experimental evidence on alternative Portfolio decision rules. AER 1972/1, S. 107-118.

Graef, Martin; Greiller, Reinald; Hecht, Gunda: Datenverarbeitung im Realzeitbetrieb. München - Wien 1970.

Granger, Clive, W.J.; Morgenstern, Oskar: Spectral Analysis of New York Stock Market Prices. Kyklos 1963/1, S. 1-27.

Granger, Clive W.J.; Morgenstern, Oskar: Predictability of Stock Market Prices. Lexington 1970.

Gressis, N.; Remaley, W.A.: Comment: "Safety First - an expected utility principle". JoFQA 1974/6, S. 1057-1061.

Grochla, Erwin: Begriffe aus dem Bereich der Automatischen Datenverarbeitung. 2. Aufl. Köln 1968.

Gupta, Ashok: An alternative approach for investment decision under risk: A Time State Preference Model. Pennsylvania State University, paper 1971.

Hadar, Josef; Russell, William R.: Rules for ordering uncertain prospects. AER 1969/1, S. 25-34.

Hadar, Josef; Russell, William R.: Stochastic Dominance and Diversification. JoETh 1971/3, S. 288-305.

Hakansson, Nils H.: Capital growth and the Mean-Variance Approach to Portfolio Selection. JoF 1971/1, S. 517-557.

Hakansson, Nils H.: (1971a) Multi-period mean-variance Analysis: Toward a General Theory of Portfolio Choice. JoF 1971/4, S. 857-884.

Hald, A.: Statistical Theory with Engeneering Applications. New York 1952.

Hanoch, Giora; Levy, Haim: Efficient Portfolio Selection with quadratic and cubic utility. JoB 1970/2, S. 181-189.

Hanssmann, Fred: Probability of survival as an investment criterion. MS 1968/1, S. 33-48.

Heinrich, Lutz J.: Mittlere Datentechnik. 2. Aufl. Köln 1970.

Hester, Donald D.: Efficient Portfolios with Short Sales and Margin Holdings, in: Hester, Donald D.; Tobin, James (eds.): Risk Aversion and Portfolio Choice. Monograph 19 der Cowles Foundation, New York/London/Sidney 1967, S. 41-51.

Hielscher, Udo: Optimale Depotzusammenstellung. Der Volkswirt 1966/44, S. 2163-2166.

Hielscher, Udo: Das optimale Aktienportefeuille - Grundlagen der Kapitalanlagenplanung am Aktienmarkt. Diss. Darmstadt 1969.

Hirshleifer, J.: Investment decision under uncertainty: Choice-Theoretic Approaches, QJE 1965/4, S. 510-536.

Hirshleifer, J.: Investment decisions under uncertainty: Applications of the State-Preference Approach. QJE 1966/2, S. 252-277.

Hodges, S.D.; Brealey, R.A.: Portfolio Selection in a Dynamic and Uncertain World. FAJ 1973/2, S. 51-65.

Hodges, S.D.; Moore, P.G.: Mathematical models in portfolio selection. JoBF 1971/1, S. 12-19.

Hofer, H.: Datenfernverarbeitung. Berlin - Heidelberg - New York 1973.

Horne, James C. Van; Parker, George G.C.: The Random-Walk Theory: An Empirical Test. FAJ 1967/6, S. 87-92.

Jacob, Nancy L.: A Limited-Diversification Portfolio Selection Model for the small Investor. JoF 1974/3, S. 847-856.

Jean, William H.: The extension of portfolio analysis to three or more parameters. JoFQA 1971/1, S. 505-515.

Jean, William H.: Comparison of Moment and Stochastic Dominance ranking methods. JoFQA 1975/1, S. 151-161.

Jensen, Michael C.: Random Walks: Reality or Myth - Comment. FAJ 1967/6, S. 77-85.

Jensen, Michael C.: Risk, the pricing of capital assets, and the evaluation of investment portfolios. JoB 1969/2, S. 167-247.

Jensen, Michael C.; Bennington, George A.: Random walks and technical theories: Some additional evidence. JoF 1970/2, S. 469-482.

Jones, Charles P.; Litzenberger, Robert H.: Quarterly earnings reports and intermediate stock price trends. JoF 1970/1, S. 143-148.

Jones-Lee, M.W.: Some Portfolio adjustment theorems for the case of non-negativity constraints on security holdings. JoF 1971/3, S. 763-775.

Kahl, Alfred L.: Investment Management and the Computer: Limitations and Prospects. Diss. University of Florida 1969.

Karlin, Samuel: Dynamic inventory policy with varying stochastic demands. MS 1960/3, S. 231-258.

Knight, Frank H.: Risk, Uncertainty and Profit. New York 1964.

König, Heinz; Wolters, Jürgen: Einführung in die Spektralanalyse ökonomischer Zeitreihen. Meisenheim/Glan 1972.

Kopp, Bennett S.: Conglomerates in Portfolio Management. FAJ 1968/2, S. 145-148.

Krekó, Bela: Lehrbuch der linearen Optimierung. 3., überarb. und erw. Aufl. Berlin 1968.

Krelle, Wilhelm: Unsicherheit und Risiko in der Preisbildung. ZfgS 1957/4, S. 632-677.

Kreyszig, Erwin: Statistische Methoden und ihre Anwendungen. 4. durchges. Aufl. Göttingen 1974.

Krow, Harvey A.: Stock Market Behavior. New York 1969.

Latané, Henry A.; Tuttle, Donald L.: Criteria for Portfolio Building. JoF 1967/3, S. 359-373.

Latané, Henry A.; Tuttle, Donald L.:	Security Analysis and Portfolio Management. New York 1970.
Latané, Henry A.; Young, William E.:	Test of Portfolio Building Rules. JoF 1969/4, S. 595-612.
Lawler, E.L.; Wood, D.E.:	Branch-And-Bound Methods: A Survey. OR 1966/4, S. 699-719.
Lawler, E.L.; Bell, M.D.:	A method of solving discrete optimization problems. OR 1966/6, S. 1098-1112.
Lemke, Carlton E.; Spielberg, Kurt:	Direct search algorithms for zero-one and mixed-integer programming. OR 1967/5, S. 892-914.
Lessard, Donald L.:	International Portfolio Diversification: A multivariate analysis for a group of Latin American countries. JoF 1973/3, S. 619-633.
Levy, Robert A.:	Random Walks: Reality or Myth. FAJ 1967/6, S. 69-77.
Levy, Haim; Hanoch, Giora:	Relative effectiveness of efficiency criteria for Portfolio Selection. JoFQA 1970/5, S. 63-75.
Levy, Haim; Sarnat, Marshall: (1970a)	Alternative Efficiency Criteria: An empirical analysis. JoF 1970/5, S. 1153-1158.
Levy, Haim; Sarnat, Marshall:	International Diversification of Investment Portfolios. AER 1970/4, S. 668-675.
Levy, Haim; Sarnat, Marshall:	Investment and Portfolio Analysis. New York u.a. 1972.
Lintner, John:	Security prices, risk, and diversification. JoF 1965/4, S. 585-615.
Mao, James C.T.:	Models of Capital Budgeting, E-V vs ES.JoFQA 1969/5, S. 657-675.
Mao, James C.T.:	Essentials of Portfolio diversification strategy. JoF 1970/5, S. 1109-1121.
Markowitz, Harry:	Portfolio Selection. JoF 1952/1, S. 77-91.

Markowitz, Harry M.: Portfolio Selection - Efficient Diversification of Investments. Monograph 16 der Cowles Foundation, 2nd ed. New Haven and London 1970.

Marwedel, H.: Die Problematik der Kostenerfassung und -zuordnung bei Datenverarbeitung im Multiprogramming-Betrieb, in: Grochla, Erwin (Hrsg.): Die Wirtschaftlichkeit automatisierter Datenverarbeitungssysteme. Wiesbaden 1970.

Merten, Hannes: Datenbankorganisation. Köln-Braunsfeld 1972.

Merton, Robert C.: Lifetime Portfolio Selection under uncertainty: The continuous-time case. RES 1969/2, S. 247-257.

Miller, Merton H.; Scholes, Myron: Rates of Return in Relation to Risk: A Re-Examination of Some Recent Findings, in: Jensen, Michael C. (ed.), Studies in the Theory of Capital Markets. New York-Washington-London 1972, S. 47-78.

Mossin, Jan: Optimal Multiperiod Portfolio Policies. JoB 1968/2, S. 215-229.

Müller, Horst: Portfolio Selection - Entscheidungshilfe bei der Vermögensanlage. Bankbetrieb 1969/12, S. 428-434.

Müller, Horst: (1969a) "Portfolio Selection" als Entscheidungsmodell deutscher Investmentgesellschaften. Diss. Wiesbaden 1969.

Müller-Merbach, Heiner: Operations Research. 3., durchges. Aufl. München 1973.

Myers, Stewart C.: A Time-State-Preference Model of security valuation. JoFQA 1968/1, S. 1-33.

Neuhaus, Walter: Zur Planung effizienter Wertpapierportefeuilles. Diss. Köln 1968.

Neurath, Paul: Statistik für Sozialwissenschaftler. Stuttgart 1966.

Nieden, Manfred zur: Maschinelle Datenverarbeitungssysteme in der Unternehmung. Wiesbaden 1971.

Pettway, Richard H.: Integer Programming in Capital Budgeting: A note on computational Experience. JoFQA 1973, S. 665-672.

Pogue, G.A.: An extension of the Markowitz Portfolio Selection Modell to include variable transactions costs, short sales, leverage policies and taxes. JoF 1970/5, S. 1005-1027.

Porter, R. Burr: A comprehensive empirical comparison of Stochastic Dominance and Mean-Variance Portfolio Models. University of Kansas, paper der School of Business, November 1971.

Porter, R. Burr: An empirical comparison of Stochastic Dominance and Mean-Variance Portfolio Choice Criteria. JoFQA 1973/4, S. 587-608.

Porter, R. Burr: Semivariance and Stochastic Dominance: A comparison. AER 1974/1, S. 200-204.

Porter, R. Burr; Bey, Roger P.: An evaluation of the empirical significance of optimal seeking algorithms in Portfolio Selection. JoF 1974/5, S. 1479-1490.

Porter, R. Burr; Gaumnitz, Jack E.: Stochastic Dominance vs. Mean-Variance Portfolio Analysis: An empirical Evaluation. AER 1972/3, S. 438-446.

Porter, R. Burr; Wart, James R.; Ferguson, Donald L.: Efficient Algorithms for Conducting Stochastic Dominance Tests on Large Numbers of Portfolios. Working paper der School of Business, University of Kansas, September 1971.

Porter, R. Burr; Wart, James R.; Ferguson, Donald L.: Efficient Algorithms for Conducting Stochastic Dominance Tests on Large Numbers of Portfolios. JoFQA 1973/1, S. 71-81.

Pratt, John W.: Risk aversion in the small and in the large. Econometrica 1964/1, S. 122-136.

Quirk, James P.; Saposnik, Rubin: Admissibility and Measurable Utility Functions. RES 1962, S. 140-146.

Reichardt, Helmut:	Statistische Methodenlehre für Wirtschaftswissenschaftler. 4. überarb. Aufl. Bielefeld 1973.
Richter, Marcel:	Cardinal Utility, Portfolio Selection and Taxation. RES 1960, S. 152-166.
Roy, A.D.:	Safety First and the holding of assets. Econometrica 1952/3, S. 431-449.
Samuelson, Paul A.:	General proof that diversification pays. JoFQA 1967/1, S. 1-13.
Samuelson, Paul A.:	Lifetime Portfolio Selection by Dynamic Stochastic Programming. RES 1969/2, S. 239-246.
Schmoldt, Rainer:	Betriebssysteme, in: Ganzhorn, K.; Tjaden, K. (Hrsg.): Was ist Software? Köln-Braunsfeld 1970, S. 88-104.
Schneeweiß, Hans:	Entscheidungskriterien bei Risiko. Berlin, Heidelberg, New York 1967.
Schulz, Hans-Dieter:	Analyse zyklischer Aktien-Kursbewegungen, in: Siebert, Georg (Hrsg.): Beiträge zur Aktienanalyse. Frankfurt 1972.
Schulz, Harald:	Der Einfluß von Kapitalerhöhungen aus Gesellschaftsmitteln auf die Entwicklung der Aktienkurse. Diss. Göttingen 1972.
Sharpe, William F.:	A simplified model for Portfolio Analysis. MS 1963/1, S. 277-293.
Sharpe, William F.:	Portfolio Theory and Capital Markets. New York u.a. 1970.
Siebert, Georg:	Aspekte der Gewinnentwicklung, in: Siebert, Georg (Hrsg.): Beiträge zur Aktienanalyse. Frankfurt 1972.
Smidt, Seymour:	A new look at the Random Walk Hypothesis. JoFQA 1968/2, S. 235-261.
Smith, Keith V.:	A Transition Model for Portfolio Revision. JoF 1967/3, S. 425-439.
Smith, Keith V.:	Alternative procedures for revising investment portfolios. JoFQA 1968/1, S. 371-403.

Sprinkel, Beryl W.:	Money and Stock prices. Homewood/Illinois 1964.
Stahlknecht, Peter:	Operations Research, Teil 1: Input - Output - Modelle/Optimierungsverfahren, Beiheft 6 zu "elektronische Datenverarbeitung".
Streißler, Erich und Monika (Hrsg.):	Konsum und Nachfrage. Köln - Berlin 1966.
Swalm, Ralph O.:	Utility Theory - Insights into Risk Taking. HBR 1966/6, S. 123-136.
Tobin, James:	Liquidity Preference as Behavior Towards Risk, in: Hester, Donald D.; Tobin, James (eds): Risk Aversion and Portfolio Choice. Monograph 19 der Cowles Foundation, New York/London/Sidney 1967, S. 1-26.
Trauth, C.A. jun.; Woolsey, R.E.:	Integer linear programming: A study in computational efficiency. MS 1969/9, S. 481-493.
Tuttle, Donald L.; Litzenberger, Robert H.:	Leverage, Diversification, and Capital Markets Effect on a Risk-Adjusted Capital Budjeting Framework. JoF 1968/3, S. 427-443.
Wallingford, Buckner A.:	A survey and comparison of Portfolio Selection Models. JoFQA 1967/2, S. 85-106.
Wallis, W. Allen; Roberts, Harry V.:	Statistics: A new approach. Glencoe (Ill.) 1956.
Waschkowski, Hans:	Ansätze zur Prognose von Aktienkursen, Diss. München 1971.
Weber, Wilhelm; Streißler, Erich:	Artikel "Erwartungen, Unsicherheit und Risiko". HDSW Bd. 3, Stuttgart - Tübingen - Göttingen 1961, S. 330-339.
Weber, Wilhelm; Streißler, Erich:	Artikel "Nutzen". HDSW Bd. 8, Stuttgart - Tübingen - Göttingen 1964, S. 1-19.
West, Richard R.; Tinic, Seha M.:	Portfolio Theory and the Random Walk Theory: Commtent. JoF 1973/3, S. 733-741.
Weston, J. Fred:	Some theoretical aspects of Formula Timing Plans. JoB 1949/4, S. 249-270.

Winkler, R.L.; Barry, C.B.: A Bayesian Model for Portfolio Selection and Revision. JoF 1975/1, S. 179-192.

Whitmore, G.A.: Third-Degree Stochastic Dominance. AER 1970/3, S. 457-459.

Whitmore, G.A.: (1970a) Diversification and the reduction of dispersion: A note. JoFQA 1970/2, S. 263-264.

Wilde, Michael: Depotplanungsmodelle. Diss. Wien 1972.

Wippern, Ronald F.: Utility implications of Portfolio Selection and Performance Appraisal Models. JoFQA 1971/3, S. 913-923.

Young, William E.; Trent, Robert H.: Geometric Mean Approximations of individual security and Portfolio Performance. JoFQA 1969/2, S. 179-199.

Zurmühl, Rudolf: Matrizen und ihre technischen Anwendungen. 4. Aufl. Berlin - Göttingen - Heidelberg 1964.

b) Quellen ohne Verfasser

Amtliches Kursblatt der Rheinisch-Westfälischen Börse zu Düsseldorf, div. Ausgaben.

Computernetzwerke. IBM-Form 70158-0 (Mai 1970).

Deutsche Bundesbank: Monatsbericht 1974/8.

Diamond Japan Business Directory 1971.

Dividendenprognosen für 1971. Das Wertpapier 1971/20, S. 916.

Dividendenprognosen für 1971 zu Dreiviertel aufgegangen. Das Wertpapier 1972/18, S. 825.

Die Entwicklung des Wertpapierbesitzes in der Bundesrepublik im Jahre 1973. Monatsbericht der DB 1974/8, S. 23-31.

Financial Times, div. Ausgaben.

Frankfurter Allgemeine Zeitung, div. Ausgaben.

Geschäftsberichte der Rheinisch-Westfälischen Börse zu Düsseldorf 1971-73.

Geschäftsberichte verschiedener Aktiengesellschaften.

Handelsblatt, div. Ausgaben.

Hoppenstedt Langfrist Charts - Auslandswerte - Ausgabe 1972; dto. Inlandswerte, Ausgabe Oktober 1974.

Laser-Computer - seit kurzem Realität.Bürotechnik, Automation und Organisation 1973/2, S. 107.

MATLAN, Programmbeschreibung System IBM/360
Matrizensprache MATLAN, IBM-Form 79995.

Optimale Wertpapiermischungen mit dem IBM-System/360. IBM-Form 80587-0.

Saling-Aktienführer.

Standard & Poor Stockguide.

Statistik der in der Bundesrepublik Deutschland installierten Rechenanlagen, herausgegeben von der Diebold Deutschland GmbH, Frankfurt, div. Ausgaben.

The Value Line Investment Survey.

c) Verschiedene Autoren

Der virtuelle Speicher unter dem Betriebssystem OS/VS 1. IBM Nachrichten Bd. 216 (1973).

Virtueller Speicher und virtuelle Maschinen. IBM Nachrichten Bd. 212 (1972).

ANHANG: ERGEBNISSE EMPIRISCHER UNTERSUCHUNGEN

A.1 DIE ÜBERPRÜFUNG DER ERGEBNISSE EINIGER IN DER ZEITSCHRIFT "CAPITAL" VERÖFFENTLICHTER OPTIMALER DEPOTS

Vom September 1967 bis April 1971 hat die Zeitschrift "Capital" monatlich zwischen zwei und sechs Wertpapierdepots veröffentlicht (insgesamt 148), die mit Hilfe eines auf dem SHARPE-Modell beruhenden Systems zusammengestellt worden waren[1].

In die Auswahl gingen jeweils 60 - 80 inländische und ausländische Aktien ein, daneben wurden zum Teil inländische Rentenwerte fest vorgegeben. Hinsichtlich der Eingabedaten sah das Programm gegenüber der ursprünglichen SHARPE-Version folgende Sonderheiten vor:

- Die Schätzung des Periodenendkurses je Einzelwert wurde in Form eines wahrscheinlichen, eines optimistischen sowie eines pessimistischen Wertes vorgenommen. Eine Verfeinerung konnte erreicht werden, indem jede dieser drei Hauptschätzungen wiederum in eine wahrscheinliche, optimistische und pessimistische Teilschätzung zerlegt wurde. Insgesamt waren demnach neun Schätzungen pro Aktie anzugeben.
- Erträge in Form von Dividenden und Zinszahlungen waren gesondert und ohne eine Streuung zu schätzen.

---

[1] Es ist in der IBM-Form 80632 beschrieben, jedoch steht diese Publikation nicht mehr zur Verfügung. Die folgenden Ausführungen, soweit sie sich auf die Erfordernisse des verwendeten Programms beziehen, basieren auf der IBM-Form 80587-0, die laut Angabe der IBM Deutschland GmbH zwar maschinentechnischen Neuerungen Rechnung trägt, konzeptionell gegenüber der erstgenannten Schrift aber nicht geändert wurde.

Nach den Angaben der ehemals zuständigen Mitarbeiter der "Capital"-Redaktion wurden die Kursprognosen von den Fachredakteuren in Zusammenarbeit mit Bankenvertretern aufgestellt, wobei sowohl die Fundamentalanalyse wie auch markttechnische Gegebenheiten die Grundlage bildeten. Die Periodenlänge betrug in jedem Fall 1 Jahr.

Eine bestimmte Zahl der veröffentlichten Depots wurde vom Verfasser untersucht, um die erwartete mit der realisierten Rendite zu vergleichen. Der Summand D der Gl. (1) beinhaltet hier neben Dividenden bzw. Zinsen

- Bezugsrechte auf Grund von Barkapitalerhöhungen, Wandelanleihen, Gratisaktien;
- Einzahlungen auf das Grundkapital von Seiten der Aktiengesellschaft;
- Auswirkungen von Aktiensplits, auch bei Einführung der Stücknotiz.

Die veröffentlichten Depots waren an wechselnden Tagen jedes Monats berechnet worden, die Ankaufskurse sind bekannt. Eine exakte Überprüfung der Depotrendite hätte erfordert, die entsprechenden Kurse zu diesen Stichtagen, verschoben um genau 1 Jahr, zusammenzutragen. Dieses Vorhaben erwies sich jedoch bei den ausländischen Aktien als kaum durchführbar, da es sich zum Teil um Nebenwerte handelte, für die - nach teilweise sechs Jahren - nicht mehr sämtliche Kurse zur Verfügung standen. Wohl konnten in sämtlichen Fällen die Kurse zum Ende eines Halbjahres bzw. eines gesamten Jahres beschafft werden. Aus diesem Grund werden nur solche Depots nachgerechnet, zu denen Halbjahres- bzw. Jahresendkurse erforderlich sind. Wegen dieser

durch die Datenbeschaffungsmöglichkeiten gesetzten Restriktion ergeben sich 27 Depots, die zu überprüfen sind[1]. Die Depotrendite wird durch entsprechende Gewichtung der im Depot enthaltenen Anteile ermittelt. Transaktionskosten werden nicht beachtet, ebensowenig Steuerzahlungen des Anlegers. Währungsschwankungen bei ausländischen Werten finden in der Rechnung ebenfalls keine Berücksichtigung.

---

[1] Endkurse und übrige Renditebestandteile wurden zusammengetragen aus der FAZ, der Financial Times, dem Handelsblatt, dem Saling Aktienführer, dem Hoppenstedt Börsenführer (jeweils verschiedene Jahrgänge). Daneben wurden benutzt: Hoppenstedt Langfrist Charts - Auslandswerte - Ausgabe 1972; dto. Inlandswerte, Ausgabe Oktober 1974; The Value Line Investment Survey; Standard & Poor Stockguide; Diamond Japan Business Directory 1971. Einige Angaben stammen von Brokern und Research-Abteilungen verschiedener Banken. - Von den in den Depots zum Teil enthaltenen Rentenwerten wird angenommen, sie setzten sich zu je einem Drittel aus Papieren mit 5,5; 6 und 7 Prozent Nominalverzinsung zusammen und würden ausschließlich tarifbesteuert. Bei der Berechnung der Effektivrendite wurden die drei korrespondierenden Renten-Indices der FAZ zugrundegelegt. - Bei Aktien wurde nach Möglichkeit der Kassakurs des Stichtages eingesetzt, in Ermangelung eines solchen irgendein Kurs des Stichtages; kam an diesem Tag kein Kurs zustande, dann gilt der letzte überhaupt festgestellte Kurs. Wenn Lokalwerte nicht eine andere Wahl erforderten, wurden die Kurse der Börsen Düsseldorf oder Frankfurt zugrundegelegt.

Ungenauigkeiten in der Renditeberechnung haben ihren Ursprung z.T. in den Endkursen: Die Unterschiede an den einzelnen Börsen betragen in manchen Fällen mehr als 1 Prozent. Weiterhin ist die Interpolationsgenauigkeit in den Langfrist Charts z.T. beschränkt. - Letztlich geht die Renditeberechnung je Einzelwert von der Annahme aus, die Zuflüsse seien am Ende der Periode erfolgt. Dadurch ergeben sich keine Probleme im Hinblick auf die Verzinsung dieser Renditeanteile.

Die ermittelten Werte sind in der Tabelle 6 zusammengefaßt.

Fußnoten zu Tabelle 6:

[1] Der Beobachtungszeitraum der 27 ausgewählten Portefeuilles betrug jeweils ein Jahr minus 10 - 14 Tage (siehe das jeweilige Datum der Depotauswahl bzw. fiktiven Depotauflösung in Tabelle 6); für diesen Zeitabschnitt wurde die jeweilige Rendite errechnet. Demgegenüber lag der Renditeschätzung ein volles Jahr zugrunde. Um ermittelte und erwartete Rendite auf den gleichen Zeitraum beziehen zu können, wurden die in "Capital" veröffentlichten erwarteten Depotrenditen - abhängig vom Datum der Auswahl - mit den Faktoren 353/365, 355/365, 351/365, 354/365, 352/365, 355/365, 353/365 (in dieser Reihenfolge) multipliziert. Damit soll nicht eine strenge funktionale Abhängigkeit der erwarteten Rendite von der Zeit unterstellt werden. Für mittlere Prognosezeiträume erscheint es jedoch plausibel, die Zeit als eine Bestimmungsgröße der Rendite einzusetzen.

[2] Es wird angenommen, die Investition in die 100 den FAZ-Index repräsentierenden inländischen Aktien sei eine brauchbare Alternative für den Anleger gewesen. Auf diese Weise gewinnt man eine weitere Vergleichsgröße. - Wegen einer Umbasierung des FAZ-Index am 20.7.70 hat sich ein Bruch in der Indexreihe ergeben. Der ab diesem Tag errechnete Index liegt um ca. 2,7 % über dem bisherigen. Zur Gewinnung vergleichbarer Werte ist die Indexreihe ab Depot-Nr. 19 um 2,7 % ermäßigt worden. Vgl. H. Brestel, Aktienindex der F.A.Z. weiter ausgebaut, S. 1 des Sonderdrucks der FAZ vom 22.7.70.

Tabelle 6 Der Einfluß der Treffsicherheit der Kursprognosen auf die Rendite effizienter Depots

Datum der a) Depotauswahl b) fiktiven Depotauflösung	a) 12. 1.68 b) 31. 12.68						a) 10. 7. 68 b) 30. 6. 69						a) 14. 1. 69 b) 31. 12. 69		
Lfd. Depot-Nummer	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Erwartete Rendite in %[1]	24,2	19,3	14,5	19,3	15,5	11,6	16,5	12,6	10,7	14,6	11,7	9,7	23,1	19,2	14,4
Tatsächliche Rendite in %	0,8	3,6	4,7	6,6	12,9	13,7	11,6	9,6	9,2	9,6	5,9	11,2	5,3	1,9	13,7
Veränderung des FAZ-Index im Beobachtungszeitraum in %[2]	8,4	8,4	8,4	8,4	8,4	8,4	7,6	7,6	7,6	7,6	7,6	7,6	10,2	10,2	10,2

Datum der a) Depotauswahl b) fiktiven Depotauflösung	a) 11. 7. 69 b) 30. 6. 70			a) 13. 1. 70 b) 31. 12. 70			a) 10. 7. 70 b) 30. 6. 71			a) 12. 1. 71 b) 31. 12. 71		
Lfd. Depot-Nummer	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
Erwartete Rendite in %[1]	26,2	23,3	16,5	26,0	23,1	17,4	25,3	21,4	15,6	17,4	16,4	13,5
Tatsächliche Rendite in %	-6,7	-9,5	-1,0	-0,8	-5,0	-13,1	11,0	11,1	16,3	15,0	13,3	18,7
Veränderung des FAZ-Index im Beobachtungszeitraum in %[2]	-18,7	-18,7	-18,7	-26,6	-26,6	-26,6	-9,5	-9,5	-9,5	-3,9	-3,9	-3,9

Die Ergebnisse werfen die Frage auf, warum die versprochenen Renditen in der Regel nicht erreicht wurden. Zwei Gründe kommen in Betracht:

- Die Einzelkursprognosen wurden von der vorgelagerten Wertpapieranalyse nicht treffsicher genug erstellt.
- Dem verwandten Ansatz gelingt es nicht in ausreichendem Maß, optimale Depots zusammenzusetzen.

Da ein weiterer Test mit dem Modell durchaus akzeptable Ergebnisse erbrachte[1], ist zunächst die Frage der treffsicheren Prognose zu prüfen. Die eingegebenen Einzelkursprognosen sind in aller Regel nicht von "Capital" veröffentlicht worden. Unterstellt man, daß nur Werte mit erwarteter p o s i t i v e r Rendite erwägenswert waren, dann könnte man in erster Annäherung immer dann von einer Fehlprognose sprechen, wenn das einzelne Papier eine Rendite von Null Prozent oder weniger erbracht hat. Von den 147 Einzelschätzungen, die für die untersuchten Depots hatten vorgenommen werden müssen, waren dies 68, davon 22 mit mehr als 20 % negativer Rendite. Dabei ist noch nicht die folgende Überlegung berücksichtigt: Wird eine Depotrendite von z.B. 27 % versprochen, dann kann eine erreichte Einzelrendite von 10 % sicherlich noch als ein Fehlschlag bezeichnet werden. Bezeichnet man in unserem Fall Einzelprognosen als nicht ausreichend, wenn sie 15 und mehr Prozentpunkte unter der versprochenen Depotrendite liegen, dann summieren sie sich zu 83 Fällen = 56,5 % der betrachteten 147. Dies erscheint ausreichend als Erklärung für die Diskrepanz zwischen erwarteter und erreichter Rendite.

---

[1] Siehe im einzelnen im Abschnitt 6.3.

Darüber hinaus könnte die tendenzielle Unterschreitung der erwarteten Depotrendite daraus erwachsen, daß dem verwendeten Programm eine Anweisung gegeben werden konnte, derzufolge sämtliche aus einem Programmlauf resultierenden Portfolios bestimmte Aktien mit exogen vorgegebenen Anteilen enthalten[1]. Die Depotzusammensetzung kann mithin zum Teil vorbestimmt werden. Die untersuchten Portfolios gleicher Stichtage enthalten nun sämtlich mindestens e i n Papier mit konstantem Anteil. Es wird nicht mitgeteilt, ob dies auf den Zufall zurückzuführen ist oder ob dieses Papier mit dem konstanten Anteil vorgegeben wurde. In diesem Fall würde das optimale Depot mit hoher Wahrscheinlichkeit verfehlt[2], weil der Lösungsraum des Modells willkürlich eingeengt wird.

Schließlich ist anzumerken, daß die Ankaufkosten der ermittelten Depots nicht eingerechnet wurden. Im anderen Fall würden sich die ex-post-Renditen noch einmal um zur Zeit 1,3 % ermäßigen, bei Realisierung des Erfolges um den doppelten Prozentsatz.

Aus alledem ist der Schluß zu ziehen, daß die Kursschätzungen in vielen Fällen zu optimistisch vorgenommen worden waren. Die Wertpapieranalyse ist der ihr gestellten Aufgabe in diesem Fall also offenbar nicht in vollem Umfang gerecht geworden. Nur 4 der 27 Depots erreichten oder übertrafen die versprochene Rendite. Errechnet man die durchschnittliche erreichte Rendite der 27 Depots aus Tabelle 6, so ergeben sich 6,3 %. Die Anlage in die den FAZ-Index repräsentierenden Werte hätte da-

---

[1] Vgl. IBM-Form 80587-0, S. 10.

[2] Dies gilt nur dann nicht, wenn die vorbestimmten Papiere mit ihren vorgegebenen Anteilen auch vom Programm ausgewählt worden wären.

gegen in dem gleichen Zeitraum durchschnittlich - 1,8 % Rendite ergeben. Mit nicht weniger als 20 der 27 Depots wäre man besser gefahren, als sich der allgemeinen Entwicklung zu überlassen. Dieses vergleichsweise positive Ergebnis wird auf drei Ursachen zurückzuführen sein:

- In die Auswahl wurden nur solche Werte aufgenommen, bei denen nicht schon von vornherein ein ungünstiger Kursverlauf abzusehen war. Der FAZ-Index enthält sehr wahrscheinlich jedoch auch solche Titel.
- Auslandswerte trugen zur Stabilisierung der Renditen bei.
- Der durch das Modell vorgenommenen systematischen Diversifizierung wird ebenfalls ein positiver Einfluß zuzurechnen sein.

A.2 DIE PROGNOSTIZIERBARKEIT VON DIVIDENDEN ALS EINEM BESTANDTEIL DER WERTPAPIERRENDITE

Dividenden stellen einen Teil der Rendite der Wertpapiere dar. Zwar ist ihr Gewicht, verglichen mit dem aus Kursschwankungen herrührenden Teil, teilweise gering. Andererseits gibt es Anhaltspunkte, daß sie besser zu prognostizieren sind als die Kurse. Daraus würde ein stabilisierender Effekt auf den Gesamtgewinn einer Einzelanlage erwachsen. Aus diesem Grund sollte die Schätzung dieses Ertragsteils nicht vernachlässigt werden.

Grundlage von Dividendenzahlungen sind Gewinne, die die Unternehmen erwirtschaftet haben, zumindest mittel- und langfristig. Demzufolge setzen Bemühungen zu Dividendenschätzungen oft bei der Schätzung der Gewinne an. Dabei müßten die Erfolgsaussichten um so besser werden, je näher die Schätzung zeitlich an das Ende des Geschäftsjahres gelegt wird. Dennoch sind manche Ergebnisse zumindest in den Vereinigten Staaten von Amerika nicht sehr ermutigend[1].

A.21 DIE PROGNOSE DER FAZ

In der Bundesrepublik Deutschland können neben der Beachtung gesamtwirtschaftlicher Faktoren Anhaltspunkte für die Dividende der laufenden Periode aus folgenden Maßnahmen oder Verlautbarungen von Aktiengesellschaften gewonnen werden:

- Ausführungen auf der Hauptversammlung, die durchschnittlich etwa 5 - 6 Monate nach Geschäftsjahresschluß stattfindet (bei einer höchstzulässigen Grenze von normalerweise 8 Monaten[2])

---

[1] Z.B. bei S. Dev, M. Webb, The accuracy of company profit forecasts. JoBF 1972/3, S. 26 - 39. Ebenso C.L. Day, Forecasting industry profits. JoBF 1972/4, S. 15 - 24. Day versucht die Gewinnschätzung mit Hilfe eines simultanen Gleichungssystems, in welches gesamtwirtschaftliche Aggregatgrößen wie Konsum, Investition, Export etc. eingehen. Obwohl die Gewinne je Branche und nicht je Unternehmen geschätzt werden - gewiß eine Erleichterung -, sind die Abweichungen von den tatsächlichen Werten beträchtlich.

[2] § 175 (1) Satz 2 AktG.

- Bilanzbesprechung des letzten Geschäftsjahres
- Quartals- oder Halbjahresberichte
- Börsenprospekte im Rahmen von Kapitalberichtigungsmaßnahmen
- Andere Kapitalbeschaffungsmaßnahmen
- Übernahme anderer Gesellschaften
- Einweihungen größeren Ausmaßes
- Starke Veränderungen auf dem Personalsektor
- Veränderung der Zahlung erfolgsabhängiger Einkommensteile an die Mitarbeiter des Unternehmens
- Unterrichtungen des Betriebsrates gemäß Betriebsverfassungsgesetz
- Erklärungen anläßlich von Jubilarfeiern
- Im günstigsten Fall ist die Dividende garantiert oder an gut übersehbare Faktoren gebunden.

Daraus lassen sich Prognosen ableiten, die zumindest bei großen Unternehmen den tatsächlich gezahlten Dividenden oft erstaunlich nahe kommen. Ein prägnantes Beispiel dafür liefert die FAZ wie folgt:

Tabelle 7a - Vergleich prognostizierter und tatsächlich gezahlter Dividenden für die Jahre 1971 und 1972

Aktie (gebräuchliche Abkürzung)	Dividende in DM je Stück für das Geschäftsjahr			
	1971		1972	
	geschätzt[1]	gezahlt	geschätzt[2]	gezahlt
BASF	6-7	7,5	7,5	7,5
BAYER	6-8	6,5	6,5	7
HOECHST	6-7	7,5	7,5	7,5
AEG	6?	5	5	5
SIEMENS	8	7	8	8
DEUTSCHE BANK	9	9	9	9
DRESDNER BANK	9	9	9	9
COMMERZ-BANK	8,5	8,5	8,5	8,5
MANNESMANN	10	10	10	10
THYSSEN	4	3,5	2,5?	3,5
RWE St.	8	8	8	8
VW	6	4,5	4,5	4,5
VEBA	8	7	7	7

Bei der Wertung dieser Prognosen darf nicht übersehen werden, daß es sich um die jeweils größten Unternehmen einer Branche handelt. Bei ihnen wird in der Regel eine kurzfristige Erfolgsrechnung vorhanden sein; dies ist eine wesentliche Voraussetzung für Gewinnschät-

---

[1], [2] Siehe FAZ vom 23.11.71 bzw. 11.11.72.

zungen. Sie kann nicht im selben Umfang für kleinere Unternehmen erwartet werden. Auch kommt die bisher in der Bundesrepublik Deutschland teilweise geübte Praxis der Dividendenkontinuität den Bemühungen[1] entgegen.

A.22 DIE PROGNOSE DER ZEITSCHRIFT "DAS WERTPAPIER"

Eine andere Form der Dividenden-Vorhersage lag einem Test zugrunde, den die Zeitschrift "Das Wertpapier" im Jahre 1971 publizierte[2]. Auf Grund von Äußerungen der Unternehmensleitungen und der vorliegenden Zwischenberichterstattung schätzte man die Dividende der betreffenden Unternehmen nicht explizit, sondern gab die vermutete Entwicklung an: Die generellen Aussagen Senkung der Dividende, keine Veränderung, Erhöhung der Dividende wurden jeweils in eine verhältnismäßig bestimmte und in eine vage gehaltene Prognose unterteilt (vgl. Tabelle 7b).

Insgesamt veröffentlichte die Zeitschrift Prognosen zu 108 Aktien (107 Unternehmen). Diese Zahl verteilte sich nahezu über sämtliche Branchen; die Grundgesamtheit enthielt auch eine Vielzahl von kleineren Unternehmen (z.B. mehrere Gesellschaften mit einem Grundkapital von unter 10 Mill DM).

---

[1] Eine solche Kontinuität könnte langfristig nur dann durchgehalten werden, wenn die Gewinn- und Ausschüttungsraten annähernd konstant bleiben. Angesichts der sich ständig ändernden globalen Einflußfaktoren auf die Unternehmen sowohl in ökonomischer wie außerökonomischer Sicht kann dies nicht ohne weiteres unterstellt werden.

[2] Vgl. o.V., Dividendenprognosen für 1971. Das Wertpapier 1971/20, S. 196.

Tabelle 7b - Vergleich prognostizierter und tatsächlich gezahlter Dividenden für das Jahr 1972

Aussage zur Dividendenzahlung für das zu Ende gehende Geschäftsjahr	Anzahl der Prognosen	Anzahl der falschen Prognosen
A_1 "Senkung so gut wie sicher"	13	0
A_2 "Senkung wahrscheinlich"	17	6
B_1 "Gleiche Div. so gut wie sicher"	43	11
B_2 "Gleiche Div. möglich"	12	6
C_1 "Erhöhung fast sicher"	4	1
C_2 "Erhöhung möglich, jedoch mindestens gleich"	19	1
	108	25

Die Gesamtquote der Fehlprognosen betrug $\frac{25}{108} = 23\%$[1]. Dabei fällt auf, daß die bestimmteren Aussagen A_1 und B_1 dennoch eine bessere Trefferquote erreichten als A_2 und B_2.

Auch dieses Beispiel zeigt, daß der in der Regel kleinere Anteil an der Rendite eines Wertpapiers, die Dividende, überraschend gut prognostizierbar ist. Die Nutzung fachmännischer Dividendenprognosen trägt also dazu bei, die Ertragsprognose eines Papiers treffsicherer als bisher zu machen.

---

[1] Vgl. o.V., Dividendenprognosen für 1971 zu Dreiviertel aufgegangen. Das Wertpapier 1972/18, S. 825.

A.3 VERGLEICH DER BEOBACHTETEN UND DER ZU ERWARTENDEN RUNS FÜR AUSGEWÄHLTE DEUTSCHE AKTIEN
RESTLICHE TABELLEN MIT DEN ERGEBNISSEN DES UNTERABSCHNITTS 2.11

Tabelle 8 - SIEMENS

Run-Länge	Plus-runs		Minus-runs		Null-runs	
	tat-sächl.	erwar-tet	tat-sächl.	erwar-tet	tat-sächl.	erwar-tet
1	120	168,2	120	163,6	67	73,8
2	75	76,9	80	77,7	9	5,0
3	43	35,2	43	36,9		0,3
4	19	16,1	15	17,5		
5	12	7,4	10	8,3		
6	6	3,4	6	3,9		
7		1,5	3	1,9		
8		0,7	1	0,9		
9		0,3	1	0,4		
	275	309,7	279	311,1	76	79,1

Tabelle 9 - BAYER

Run-Länge	Plus-runs		Minus-runs		Null-runs	
	tat-sächl.	erwar-tet	tat-sächl.	erwar-tet	tat-sächl.	erwar-tet
1	125	165,4	134	161,3	53	53,6
2	88	77,6	85	78,0	3	2,5
3	46	36,4	41	37,7		0,1
4	17	17,1	17	18,2		
5	9	8,0	9	8,8		
6	2	3,8	7	4,3		
7	1	1,8	2	2,1		
8	2	0,8	1	1,0		
9		0,4		0,5		
10				0,2		

Tabelle 10 - BASF

Run-Länge	Plus-runs		Minus-runs		Null-runs	
	tat-sächl.	erwar-tet	tat-sächl.	erwar-tet	tat-sächl.	erwar-tet
1	153	171,4	133	165,7	82	90,9
2	64	76,2	82	77,5	12	8,0
3	52	33,9	38	36,3	1	0,7
4	9	15,1	17	17,0		
5	9	6,7	10	8,0		
6	4	3,0	7	3,7		
7	2	1,3	2	1,7		
8		0,6		0,8		
9		0,3		0,4		
	293	308,5	289	311,1	95	99,6

Tabelle 11 - HOECHST

Run-Länge	Plus-runs		Minus-runs		Null-runs	
	tat-sächl.	erwar-tet	tat-sächl.	erwar-tet	tat-sächl.	erwar-tet
1	128	167,8	131	157,2	51	51,9
2	76	77,1	74	78,1	3	2,4
3	39	35,4	37	38,7		0,1
4	23	16,3	20	19,2		
5	8	7,5	14	9,5		
6	6	3,4	8	4,7		
7	0	1,6	1	2,3		
8	0	0,7	3	1,2		
9	1	0,3		0,6		
10				0,3		
	281	310,1	288	311,8	54	54,4

Tabelle 12 - GELSENBERG

Run-Länge	Plus-runs		Minus-runs		Null-runs	
	tat-sächl.	erwar-tet	tat-sächl.	erwar-tet	tat-sächl.	erwar-tet
1	148	177,0	125	158,9	92	92,8
2	76	74,1	100	78,1	5	8,3
3	29	31,1	35	38,4	2	0,7
4	15	13,0	25	18,9	1	
5	5	5,4	8	9,3		
6	6	2,3	5	4,6		
7	0	1,0	1	2,2		
8	2	0,4	1	1,1		
9				0,5		
10				0,3		
	281	304,3	300	312,3	100	101,8

Tabelle 13 - VW

Run-Länge	Plus-runs		Minus-runs		Null-runs	
	tat-sächl.	erwar-tet	tat-sächl.	erwar-tet	tat-sächl.	erwar-tet
1	145	177,1	126	158,2	93	91,4
2	79	73,8	83	78,2	7	9,0
3	33	30,8	38	38,7	0	0,7
4	15	12,8	15	19,1	1	
5	6	5,3	15	9,5		
6	0	2,2	6	4,7		
7	3	0,9	2	2,3		
8	1	0,4	1	1,1		
9			1	0,6		
10			1	0,3		
	282	303,3	288	312,7	101	100,1

Tabelle 14 - AEG

Run-Länge	Plus-runs		Minus-runs		Null-runs	
	tat-sächl.	erwar-tet	tat-sächl.	erwar-tet	tat-sächl.	erwar-tet
1	139	172,2	122	157,0	75	79,6
2	78	74,4	88	77,4	9	6,0
3	29	32,1	39	38,2		0,4
4	19	13,9	16	18,8		
5	7	6,0	14	9,3		
6	3	2,6	4	4,6		
7	1	1,1	3	2,3		
8	1	0,5	1	1,1		
9	1		1	0,5		
10			1			
	278	302,8	289	309,2	84	86

Tabelle 15 - ATH

Run-Länge	Plus-runs		Minus-runs		Null-runs	
	tat-sächl.	erwar-tet	tat-sächl.	erwar-tet	tat-sächl.	erwar-tet
1	139	177,4	136	159,9	97	97,4
2	85	73,9	66	78,1	11	9,3
3	26	30,8	42	38,1		0,9
4	20	12,8	22	18,6		0,1
5	7	5,3	10	9,1		
6	2	2,2	5	4,4		
7	1	0,9	1	2,2		
8		0,4	4	1,1		
9			1	0,5		
10				0,3		
	280	303,7	287	312,3	108	107,7

Tabelle 16 - RWE

Run-Länge	Plus-runs		Minus-runs		Null-runs	
	tat-sächl.	erwar-tet	tat-sächl.	erwar-tet	tat-sächl.	erwar-tet
1	137	178,6	124	160,1	93	103,9
2	79	73,1	75	78,1	18	10,7
3	33	29,9	42	38,1		1,1
4	11	12,2	22	18,6		0,1
5	4	5,0	10	9,1		
6	4	2,0	4	4,4		
7	2	0,8	4	2,2		
8	2	0,3	0	1,0		
9			1	0,5		
10			0			
11			1			
	272	301,9	283	312,1	111	115,8

Tabelle 17 - DEUTSCHE BANK

Run-Länge	Plus-runs		Minus-runs		Null-runs	
	tat-sächl.	erwar-tet	tat-sächl.	erwar-tet	tat-sächl.	erwar-tet
1	111	161,6	121	162,0	42	42,7
2	70	77,9	73	77,9	2	1,6
3	49	37,6	41	37,5		0,1
4	18	18,1	20	18,0		
5	9	8,7	8	8,7		
6	4	4,2	6	4,2		
7	3	2,0	3	2,0		
8	3	1,0	3	1,0		
9	1	0,5	0	0,5		
10	1	0,2	1	0,2		
	269	311,8	276	312,0	44	44,4

Tabelle 18 - CONTI-GUMMI

Run-Länge	Plus-runs		Minus-runs		Null-runs	
	tat-sächl.	erwar-tet	tat-sächl.	erwar-tet	tat-sächl.	erwar-tet
1	169	179,8	150	158,8	101	108,0
2	73	71,9	106	78,8	14	11,8
3	34	28,8	36	38,4	1	1,3
4	13	11,5	13	18,9	1	0,1
5	6	4,6	11	9,4		
6		1,8	2	4,6		
7		0,7	2	2,2		
8		0,3	1	1,1		
9				0,5		
10				0,3		
	295	299,4	321	313,0	117	121,2

Tabelle 19 - MANNESMANN

Run-Länge	Plus-runs		Minus-runs		Null-runs	
	tat-sächl.	erwar-tet	tat-sächl.	erwar-tet	tat-sächl.	erwar-tet
1	127	168,5	135	166,8	83	84,6
2	89	77,0	54	77,3	7	6,8
3	34	35,2	45	35,8	1	0,5
4	8	16,1	16	16,6		
5	13	7,3	7	7,7		
6	4	3,4	6	3,6		
7	1	1,5	2	1,6		
8	2	0,7	1	0,8		
9	2	0,3	0	0,4		
10			2			
11			1			
12			0			
13			1			
	280	310,0	270	310,6	91	91,9

Tabelle 20 - DRESDNER BANK

Run-Länge	Plus-runs		Minus-runs		Null-runs	
	tat-sächl.	erwar-tet	tat-sächl.	erwar-tet	tat-sächl.	erwar-tet
1	124	166,2	116	159,0	40	49,2
2	93	77,4	91	78,1	7	2,1
3	45	36,0	40	38,4		0,1
4	14	16,8	12	18,8		
5	5	7,8	12	9,3		
6	5	3,6	4	4,5		
7	2	1,7	5	2,2		
8	0	0,8	2	1,1		
9	0	0,4	0	0,5		
10	0	0,2	0	0,3		
11	0		0			
12	1		0			
13			1			
	189	310,9	283	312,2	47	51,4

LEBENSLAUF

Ich wurde am 18.9.1937 in Greifenberg als Sohn der Eheleute Elfriede und Bernhard Schefzig geboren. Mein Vater war Berufssoldat. Nach je vier Jahren Besuch der Volksschule und des Gymnasiums absolvierte ich ab 1952 eine technische Lehre, schloß 1961 die Ausbildung zum Ing. (grad.) ab und war bis 1967 in technischen und kaufmännischen Bereichen in der Privatwirtschaft tätig. Am 24.4.1967 errreichte ich in Bonn über die Prüfung für die Zulassung zum Hochschulstudium ohne Reifezeugnis die allgemeine Hochschulreife und studierte zunächst ein Semester Volkswirtschaft an der Universität Bonn, danach sieben Semester Ökonomie an der Ruhr-Universität Bochum. Während des Studiums habe ich mich u. a. in der industriellen Praxis in England und Nordamerika umgesehen. Am 27.1o.1971 erlangte ich den akademischen Grad eines Diplom-Ökonomen; seitdem bin ich in der betrieblichen Planung und Organisation tätig. - Ich bin deutscher Staatsangehöriger.